

硬軌磨耗分析與預測

范光照¹、陳希銘²、郭子鑫³

¹ 國立台灣大學機械工程學系 教授

² 國立台灣大學機械工程學系 研究生

³ 工業技術研究院機械工程所 研究員

摘要

本研究建立硬軌的數學模型，在已知滑塊承受外力的大小與作用位置之情形下，可以計算出滑塊的姿態、進給力與各滑軌接觸面的反力與預測導軌的磨耗量。

在外力的作用下使得滑塊與導軌間的接觸面發生彈性變形，藉由齊次座標轉換與重積分的方法計算各接觸面的反力，列出滑塊的靜力平衡方程組，求得滑塊的五個自由度微動量、進給力與各接觸面的反力等。在於磨耗方面，本研究使用Archard提出的磨耗模型，並將滑動距離以常態分方法分配在導軌上，以此方法計算出導軌的磨耗量。此研究成果可作為日後工具機實物設計與應用的參考。

關鍵字：硬軌，接觸變形，磨耗

1. 前言

關於滑軌表面接觸的分析，大部分的學者由實驗取得表面接觸壓力的分佈情形。Masuko與Ito [1]使用超音波檢測法分析滑軌在潤滑的情況下表面接觸壓力的分佈情形。Furukawa與Moronuki [2]分析工具機滑軌接觸變形影響加工精度，他們提出一個可減少加工誤差的設計法則，建立三維工具機滑軌模型，探討外力作用在滑塊時造成加工精度的影響。Hinduja[3]與back[4]使用有限元素法分析接頭的變形與壓力分佈，他們使用平板與彈簧建立接觸面的模型，並做實驗驗證。Filiz IH [5] 建立二維工具機滑軌模型，使用有限元素軟體 ANSYS 分析導軌接觸面的壓力分佈與變形量。

在於磨耗方面，1952年Burwell和Strang[6]將磨耗分類成磨粒磨耗(abrasive wear)、黏著磨耗(adhesive wear)、沖蝕磨耗(erosive wear)、微動磨耗(fretting)、腐蝕磨耗(corrosive wear)、疲勞磨耗(fatigue wear)，後來大多數的學者均採用此一機制來分類。1956年，Archard[7]假設在滑動距離上所產生的磨耗體積和真實接觸面積有關的條件下，推導出磨耗方程式。1980年，Rabinowicz[8]針對Archard所推導出磨耗方程式中的材料磨耗係數做一專門討論。雖然並未有文獻直接探討工具機因滑軌磨耗而造成精度失效的預測，對於零組件的磨耗的文獻卻不少，如Weber,Dirk, Haas,Werner使用有限元素模擬油封的接觸情形[9]，

再以Archard提出的磨耗模型計算磨耗，得以預測壽命或作產品設計的最佳化。

Levina[10,11], Tenner[12]與Ostrovskii[13]對於工具機滑軌的表面變形量、平均壓力與表面處理的關係作分析。他們提出一個數學式，如式(1)所示，此數學式基於實驗數據描述表面變形量與正向壓力的關係， λ 表示表面的變形量，單位為 μm ， P 為接觸面的壓力，單位為 kgf/cm^2 ， c 與 m 為常數，分別為材料的彈性係數與表面處理。

$$\lambda = cP^m \quad (1)$$

當切削力、進給力、摩擦力與重力等外力作用在滑塊上，致使滑塊與滑軌間的接觸面產生彈性變形，此變形造成滑塊產生五個自由度($\delta_y, \delta_z, \epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$)的微小運動，如圖一所示。考慮兩個接觸面間的變形，其為一體積的變形，變形的體積為紅色的區域，如圖二所示，無法得知兩種材料各自的變形量為何，由於導軌接觸面間的變形量是一種綜合的變形量，包含了滑塊與滑軌的變形量，接觸的材質可能為鋼對鋼，或鋼對Turcite B。因此需要在不同的接觸材質下實驗找出 λ 與 P 的關係。

在數學式的描述方面，變形的體積量即為兩接觸面與垂直面所包夾的體積，此體積可以藉由重積分計算得到，得知變形的體積量，即可推算此接觸面上的壓力大小。

本研究建立一個數學模型，本研究假設滑塊與導軌間的接觸關係為彈性接觸，當滑塊在承受外力的情形下，滑塊與導軌間的接觸面將發生彈性變形，使得滑塊發生五個自由度的微小運動，藉由齊次座標轉換建立滑塊相對於滑軌的運動方程式，經由滑塊的姿態推導出滑塊相對於導軌各接觸面的彈性變形體積，即可建立各接觸面的反力、反力矩與摩擦力方程式，之後列出滑塊的靜力平衡方程式，使用牛頓拉福森法求解此非性線方程組，即可求得滑塊的五個自由度微動量、進給力與各接觸面的反力等。在於磨耗方面，本研究使用Archard提出一個磨耗的模型，材料的磨耗量與滑動的距離與載重成正比，載重即為各接觸面的反力，使用常態分配決定滑動距離在導軌上的分佈情形，以此方法計算出導軌的磨耗量。此研究成果可作為日後工具機實物設計與應用的參考。

2.數學模型建立

本小節先以單一接觸面的滑軌做說明，如圖三所示，之後將此方法推廣在多接觸面的工具機滑軌上。

2.1 座標系的建立方式

首先在滑塊的幾何中心建立座標系0，座標系0的三軸方位分別與滑塊的邊平行，並令滑塊底面任意三個頂點為參考點，其用意為求滑塊底面的面方程式，如圖三所示。

當此滑塊受外力作用時，接觸面產生彈性變形，使得滑塊呈微小的運動，相同的在微動後的滑塊上建立座標系1，座標系1的原點位於微動後滑塊的幾何中心，其三軸方位分別與微動後滑塊的邊平行，如圖四所示。接下來，為了方便計算變形的體積，因此在導軌接觸面上的幾何中心上建立座標系2，座標系2的原點位於滑塊與導軌接觸面上的幾何中心，座標系2的三軸方位分別與導軌的邊平行，如圖五所示。紅色部分為變形的體積。

2.2 座標系間的相對關係

在這一部份，推導各座標系之間的相對關係，主要的目的為以座標系2表示滑塊微動後參考點的位置，由座標系2描述滑塊底面的面方程式。

需以座標系2描述滑塊運動後滑塊上任一點的位置，可以座標系1相對於座標系2的矩陣關係來表示，由於兩座標系之間的關係不易直接觀察，因此藉由齊次轉換矩陣的特性，就是透過連續的矩陣乘積來表示 2T_1 ，如式(2)所示。

$${}^2T_1 = {}^2T_0 \cdot {}^0T_1 \quad (2)$$

可以先求座標系1相對於座標系0的座標轉換 0T_1 以及座標系0相對於座標系2的座標轉換 2T_0 。 0T_1 如式(3)所示，為當滑塊產生五個自由度的微小運動時，即座標系1相對於座標系0微小的位移與旋轉。 2T_0 如式(4)所示，座標系2先沿著Z2平移-d後得到座標系02，之後座標系02繞Y02軸順時針旋轉180°後得到座標系0，即得座標系0相對於座標系2的座標轉換 2T_0 ，如圖六所示。

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{z0} & \varepsilon_{y0} & 0 \\ \varepsilon_{z0} & 1 & -\varepsilon_{x0} & \delta_{y0} \\ -\varepsilon_{y0} & \varepsilon_{x0} & 1 & \delta_{z0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$${}^2T_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\pi) & 0 & \sin(\pi) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\pi) & 0 & \cos(\pi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\pi) & 0 & \sin(\pi) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\pi) & 0 & \cos(\pi) & -d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

將式(3)與式(4)代入式(2)即可求得 2T_1 ，如式(5)所示。

$${}^2T_1 = \begin{bmatrix} \cos(\pi) & 0 & \sin(\pi) & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ -\sin(\pi) & 0 & \cos(\pi) & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{z0} & \varepsilon_{y0} & 0 \\ \varepsilon_{z0} & 1 & -\varepsilon_{x0} & \delta_{y0} \\ -\varepsilon_{y0} & \varepsilon_{x0} & 1 & \delta_{z0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \varepsilon_{z0} & -\varepsilon_{y0} & 0 \\ \varepsilon_{z0} & 1 & -\varepsilon_{x0} & \delta_{y0} \\ \varepsilon_{y0} & -\varepsilon_{z0} & -1 & -d - \delta_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

2.3 滑塊底面方程式

此部分為說明滑塊微小運動後，以座標系2描述滑塊底面的面方程式，便於後續以重積分計算滑塊變形的體積。如圖七所示。

首先藉由三個座標點求得兩個空間向量，因為要以座標系2描述滑塊微小運動後滑塊底面的面方程式，即以座標系2描述座標系1上的座標點或向量，因此將座標系1上的任一點乘上 2T_1 ，如式(6)所示。同樣的，也可以藉由 2T_1 由座標系2表示滑塊微小運動後三個參考點的位置，可以得知三個參考點皆為五個微小變動量的函數。

$$\begin{bmatrix} X_{(2)} \\ Y_{(2)} \\ Z_{(2)} \\ 1 \end{bmatrix} = {}^2T_1 \begin{bmatrix} X_{(1)} \\ Y_{(1)} \\ Z_{(1)} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -X_{(1)} - Z_{(1)} \cdot \varepsilon_{y0} + Y_{(1)} \cdot \varepsilon_{z0} \\ Y_{(1)} + \delta_{y0} - Z_{(1)} \cdot \varepsilon_{x0} + X_{(1)} \cdot \varepsilon_{z0} \\ -d - Z_{(1)} - \delta_{z0} - Y_{(1)} \cdot \varepsilon_{x0} + X_{(1)} \cdot \varepsilon_{y0} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

接下來藉由三個座標點求得兩個空間向量 $V_{1(2)}$ 與 $V_{2(2)}$ 。之後將兩向量外積得平面之法向量 $n_{(2)}$ 。如圖八所示。即可求得以座標系2描述滑塊底面的面方程式，此方程式為五個微小變動量與 $X_{(2)}$ 、 $Y_{(2)}$ 的函數，如式(7)所示，式中 $n_{i(2)}$ 、 $n_{j(2)}$ 與 $n_{k(2)}$ 為平面之法向量 $n_{(2)}$ 的三個分量， $[X_{1(2)} \ Y_{1(2)} \ Z_{1(2)}] T$ 為平面上任一參考點。

$$Z_{(2)} = \frac{\vec{n}_{i(2)}(X_{(2)} - X_{1(2)}) + \vec{n}_{j(2)}(Y_{(2)} - Y_{1(2)})}{-n_{k(2)}} + Z_{1(2)} \quad (7)$$

2.4 推導接觸面間的反力與反力矩方程式

從變形的體積量即可計算此接觸面上的壓力，計算體積時，必須注意重積分的特性，僅需計算變形體積部分，即位於 X_2Y_2 平面上方的體積(V_1)， X_2Y_2 平面下方的體積(V_2)為非變形的體積。將積分式內的函數取絕對值，求得的體積為 V_1 加上 V_2 ，而將積分式內的絕對值取消後，求得的體積為 V_1 減掉 V_2 ，故可將上述兩計算式相加後除以二，求得體積 V_1 ， V_1 亦為五個微小變動量與 $X_{(2)}$ 、 $Y_{(2)}$ 的函數，若確認滑塊底面的長L與寬W，即定義重積分 $X_{(2)}$ 與 $Y_{(2)}$ 的上下限，就可以以定積分求得體積 V_1 ，如式(8)所示。

$$V_1 = \int_{-Y_{(2)}}^{Y_{(2)}} \int_{-X_{(2)}}^{X_{(2)}} \left(f(\delta_{y0}, \delta_{z0}, \varepsilon_{x0}, \varepsilon_{y0}, \varepsilon_{z0}, X_{(2)}, Y_{(2)}) \right) dX_{(2)} dY_{(2)} = \frac{\int_{-Y_{(2)}}^{Y_{(2)}} \int_{-X_{(2)}}^{X_{(2)}} \left(f(\delta_{y0}, \delta_{z0}, \varepsilon_{x0}, \varepsilon_{y0}, \varepsilon_{z0}, X_{(2)}, Y_{(2)}) \right) dX_{(2)} dY_{(2)} + \int_{-Y_{(2)}}^{Y_{(2)}} \int_{-X_{(2)}}^{X_{(2)}} \left(f(\delta_{y0}, \delta_{z0}, \varepsilon_{x0}, \varepsilon_{y0}, \varepsilon_{z0}, X_{(2)}, Y_{(2)}) \right) dX_{(2)} dY_{(2)}}{2} \quad (8)$$

若經由實驗後測得 λ 表面變形量與P接觸面壓力的關係，假設 λ 乘上係數k等於P。先前求得式(7)的 $Z_{(2)}$ 同等於 λ 表面變形量，將式(7)乘上係數k即可得到P接觸面壓力的方程式，如式(9)所示。接下來將式(9)代入式(8)計算重積分，得到接觸

面間的反力 RF，如式 (10) 所示，式子中表示接觸面間微小反力的總和。

$$P = Z_{(2)} \cdot k = f(\delta_{Y0}, \delta_{Z0}, \varepsilon_{X0}, \varepsilon_{Y0}, \varepsilon_{Z0}, X_{(2)}, Y_{(2)}) \cdot k$$

$$= \left(\frac{\vec{n}_{i(2)}(X_{(2)} - X_{1(2)}) + \vec{n}_{j(2)}(Y_{(2)} - Y_{1(2)})}{-nk_{(2)}} + Z_{1(2)} \right) \cdot k \quad (9)$$

$$RF = \frac{\int_{-Y_{(2)}}^{Y_{(2)}} \int_{-X_{(2)}}^{X_{(2)}} (f(\delta_{Y0}, \delta_{Z0}, \varepsilon_{X0}, \varepsilon_{Y0}, \varepsilon_{Z0}, X_{(2)}, Y_{(2)}) \cdot k) dX_{(2)} dY_{(2)}}{2}$$

$$+ \frac{\int_{-Y_{(2)}}^{Y_{(2)}} \int_{-X_{(2)}}^{X_{(2)}} (f(\delta_{Y0}, \delta_{Z0}, \varepsilon_{X0}, \varepsilon_{Y0}, \varepsilon_{Z0}, X_{(2)}, Y_{(2)}) \cdot k) dX_{(2)} dY_{(2)}}{2} \quad (10)$$

依照同樣的計算方式，可以用式 (11)、(12) 與 (13) 分別表示接觸面間的動摩擦力 f_d 、反力矩 RM_{X2} 與 RM_{Y2} ，式子中表示各微小反力乘上力臂的總和。式中 μ 為接觸面的動摩擦係數。

$$f_d = \frac{\int_{-Y_{(2)}}^{Y_{(2)}} \int_{-X_{(2)}}^{X_{(2)}} (f(\delta_{Y0}, \delta_{Z0}, \varepsilon_{X0}, \varepsilon_{Y0}, \varepsilon_{Z0}, X_{(2)}, Y_{(2)}) \cdot k \cdot \mu) dX_{(2)} dY_{(2)}}{2}$$

$$+ \frac{\int_{-Y_{(2)}}^{Y_{(2)}} \int_{-X_{(2)}}^{X_{(2)}} (f(\delta_{Y0}, \delta_{Z0}, \varepsilon_{X0}, \varepsilon_{Y0}, \varepsilon_{Z0}, X_{(2)}, Y_{(2)}) \cdot k \cdot \mu) dX_{(2)} dY_{(2)}}{2} \quad (11)$$

$$RM_{X2} = \frac{\int_{-Y_{(2)}}^{Y_{(2)}} \int_{-X_{(2)}}^{X_{(2)}} (f(\delta_{Y0}, \delta_{Z0}, \varepsilon_{X0}, \varepsilon_{Y0}, \varepsilon_{Z0}, X_{(2)}, Y_{(2)}) \cdot k \cdot Y_{(2)}) dX_{(2)} dY_{(2)}}{2}$$

$$+ \frac{\int_{-Y_{(2)}}^{Y_{(2)}} \int_{-X_{(2)}}^{X_{(2)}} (f(\delta_{Y0}, \delta_{Z0}, \varepsilon_{X0}, \varepsilon_{Y0}, \varepsilon_{Z0}, X_{(2)}, Y_{(2)}) \cdot k \cdot Y_{(2)}) dX_{(2)} dY_{(2)}}{2} \quad (12)$$

$$RM_{Y2} = \frac{\int_{-Y_{(2)}}^{Y_{(2)}} \int_{-X_{(2)}}^{X_{(2)}} (f(\delta_{Y0}, \delta_{Z0}, \varepsilon_{X0}, \varepsilon_{Y0}, \varepsilon_{Z0}, X_{(2)}, Y_{(2)}) \cdot k \cdot X_{(2)}) dX_{(2)} dY_{(2)}}{2}$$

$$+ \frac{\int_{-Y_{(2)}}^{Y_{(2)}} \int_{-X_{(2)}}^{X_{(2)}} (f(\delta_{Y0}, \delta_{Z0}, \varepsilon_{X0}, \varepsilon_{Y0}, \varepsilon_{Z0}, X_{(2)}, Y_{(2)}) \cdot k \cdot X_{(2)}) dX_{(2)} dY_{(2)}}{2} \quad (13)$$

2.5 定積分的近似表示法

先前推導的反力與反力矩為定重積分的表示式，定積分定義為黎曼和的極限，故黎曼和可用來作為定積分的近似。因此將重積分 $X_{(2)}$ 與 $Y_{(2)}$ 的上下限分成有限的段數，即滑塊底面的長 L 與寬 W 分成有限的 n 與 m 段，用 i 與 j 的數值可定義滑塊底面上的 $X_{(2)}$ 與 $Y_{(2)}$ 位置，如圖九所示。即可將反力式 (10) 以有限的黎曼和表示成式 (14)。

$$RF = f(\delta_{Y0}, \delta_{Z0}, \varepsilon_{X0}, \varepsilon_{Y0}, \varepsilon_{Z0}, i, j)$$

$$= \frac{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n (f(\delta_{Y0}, \delta_{Z0}, \varepsilon_{X0}, \varepsilon_{Y0}, \varepsilon_{Z0}, i, j) \cdot k) \times \left(\frac{W}{m+1}\right) \times \left(\frac{L}{n+1}\right)}{2}$$

$$+ \frac{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n (f(\delta_{Y0}, \delta_{Z0}, \varepsilon_{X0}, \varepsilon_{Y0}, \varepsilon_{Z0}, i, j) \cdot k) \times \left(\frac{W}{m+1}\right) \times \left(\frac{L}{n+1}\right)}{2} \quad (14)$$

2.6 工具機滑軌模型

由先前單一接觸面滑軌的說明，在此應用在多接觸面的工具機滑軌上。首先需要建立座標系與參考點，建立方式與單一接觸面滑軌的設定相似。在工具機滑塊上導螺桿的螺帽幾何中心上建立座標系 0，之後在各導軌接觸面上的幾何中心建立座標系 2~7，如圖十。為了描述滑塊六個接觸面的面方程式，必須定義滑塊上的 12 個角點為參考點，如圖十一所示。同樣的，在微動後滑塊的螺帽幾何中心上建立座標系 1。

接下來推導各座標系之間的相對關係，主要的目需由座標系 2~7 分別表示滑塊微動後參考點的位置，而從座標系 2~7 分別描述滑塊微動後各接觸面的面方程式。若要以座標系 2~7 分別描述滑塊微動後滑塊上任一點的位置，則以座標系 1 分別相對於座標系 2~7 的矩陣來表示，由於兩座標之間的關係不易直接觀察，因此藉由齊次轉換矩陣的特性，就是透過連續的矩陣乘積來表示 2T_1 、 3T_1 、 4T_1 、 5T_1 、 6T_1 、 7T_1 。

2.7 靜力平衡方程式

假設在工具機滑塊穩態時作分析，藉由靜力平衡方程式列出三個移動平衡與三個轉動平衡。該方程式共有六個，而未知數恰且也為六個，分別為 δ_{Y0} 、 δ_{Z0} 、 ε_{X0} 、 ε_{Y0} 、 ε_{Z0} 、 Q ，以六個方程式可以解此六個未知數。

滑塊的座標系統如圖十二所示， W_1 與 W_2 表示接觸面的寬度， tw 為接觸面 5 與接觸面 6 的水平距離， d_1 表示接觸面 1 至螺帽中心的垂直距離， d_2 表示接觸面 4 至螺帽中心的水平距離， d_3 表示接觸面 6 至螺帽中心的水平距離，假設此模型的尺寸以螺帽為中心左右對稱。

滑塊的受力分析狀態如圖十三所示， Fr 、 Ff 與 Ft 分別表示三個方向的銑削力， Cx 、 Cy 與 Cz 表示銑削力的作用位置， Q 為進給力，此力的大小為未知數， w 為滑塊本身的重量， RF_1 、 RF_2 、 RF_3 、 RF_4 、 RF_5 、 RF_6 分別為各接觸面上的反力， f_{d1} 、 f_{d2} 、 f_{d3} 、 f_{d4} 、 f_{d5} 、 f_{d6} 分別為各接觸面上的摩擦力， RM_{X1} 、 RM_{X2} 、 RM_{X3} 、 RM_{X4} 、 RM_{X5} 、 RM_{X6} 分別為各接觸面反力對 X_0 軸產生的力矩， RM_{Y1} 、 RM_{Y2} 分別為接觸面 1、2 反力對 Y_0 軸產生的力矩， RM_{Z1} 、 RM_{Z2} 、 RM_{Z3} 、 RM_{Z4} 分別為接觸面 1、2、3、4 反力對 Z_0 軸產生的力矩， FM_{Y1} 、 FM_{Y2} 、 FM_{Y3} 、 FM_{Y4} 、 FM_{Y5} 、 FM_{Y6} 分別為各接觸面上的摩擦力對 Y_0 軸產生的力矩， FM_{Z1} 、 FM_{Z2} 、 FM_{Z3} 、 FM_{Z4} 、 FM_{Z5} 、 FM_{Z6} 分別為各接觸面上的摩擦力對 Z_0 軸產生的力矩。滑塊的靜力平衡方程式如式 (15) 所

示。

$$\begin{aligned}
 \sum F_x &= 0 \\
 \Rightarrow f_{d1} + f_{d2} + f_{d3} + f_{d4} + f_{d5} + f_{d6} - Q + Ff &= 0 \\
 \sum F_y &= 0 \\
 \Rightarrow -RF_3 + RF_4 + RF_5 - RF_6 - Ft &= 0 \\
 \sum F_z &= 0 \\
 \Rightarrow RF_1 + RF_2 - Fr - w &= 0 \\
 \sum M_x &= 0 \\
 \Rightarrow RM_{x1} + RM_{x2} + RM_{x3} - RM_{x4} - RM_{x5} + RM_{x6} \\
 + Ft \cdot Cz - Fr \cdot Cy &= 0 \\
 \sum M_y &= 0 \\
 \Rightarrow -RM_{y1} - RM_{y2} + FM_{y1} + FM_{y2} + FM_{y3} + FM_{y4} \\
 + FM_{y5} + FM_{y6} + Fr \cdot Cx + Ff \cdot Cz &= 0 \\
 \sum M_z &= 0 \\
 \Rightarrow -RM_{z3} + RM_{z4} + RM_{z5} - RM_{z6} - FM_{z1} - FM_{z2} \\
 - FM_{z3} - FM_{z4} - FM_{z5} - FM_{z6} - Ft \cdot Cx - Ff \cdot Cy &= 0
 \end{aligned} \tag{15}$$

3.1 磨耗理論

當兩材料做相對滑動時，由於接觸表面的摩擦力作用，將造成接觸面的磨耗。在已知接觸面壓力的情況下，套用Archard磨耗方程式計算導軌的磨耗量，如式(16)所示， h 為材料磨耗的厚度， k 為材料的磨耗係數、 P 為滑動面上的正向壓力， L 為接觸面相對滑動距離。 K 值一般透過實驗取得，因為在磨耗的過程中，所包含的機制往往不只一種，而由實驗取得的數值，將可綜合代表這些機制的效應而更貼近真實。

$$h = K \cdot P \cdot L \tag{16}$$

3.2 常態分配理論

工具機的導軌磨耗情形，並非整段導軌的磨耗量一致，而磨耗量取決於作用力、磨耗係數與滑動距離，在這裡藉由常態分佈將總滑動距離分配在整段導軌上。

常態分佈機率密度函數的均值為 μ ，方差為 σ^2 （或標準差 σ ），如式(17)所示，如果 $\mu=0$ 並且 $\sigma=1$ ，這個分佈被稱為標準常態分佈，改變不同的 μ 與 σ ，可得到不同的分佈。

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \tag{17}$$

4、數值模擬

藉由牛頓拉福森法(Newton-Raphson Method)解方程組式(15)，求得非線性方程組的近似解。設定滑塊的尺寸、接觸面 k 值、重量與導軌長度 LL ，如表一所示。設定摩擦係數與切削力的狀態如表二所示，觀察切削力的沿 X 軸線移動移動對滑塊姿態、接觸面反力與各導軌面的磨耗的影響。

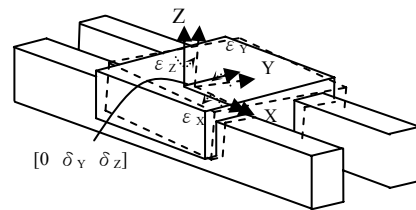
滑塊的roll值與切削力的作用位置 Cy 成反比，且

曲線上下對稱，而滑塊的pitch與yaw保持一定，如圖十四所示。螺帽幾何中心的高度與 Y 方向位置保持一定，如圖十五所示。滑塊接觸面1與2的反力大小保持一定，接觸面3與6的反力大小相同，接觸面4與5的反力大小相同，曲線皆左右對稱，如圖十六所示。

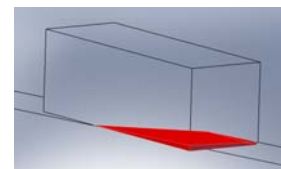
各導軌面的磨耗情形如圖十七所示，磨耗量與滑動距離、負載成正比，因此在切削距離以常態分配的情況下，大部分各導軌面磨耗集中在中間。導軌面1與面2承受垂直方向的受力，故導軌面磨耗量較大，而側向切削力產生的力矩使得導軌面1的磨耗量大於導軌面2。導軌面3與面6的磨耗量相同，導軌面4與面5的磨耗量相同，由於側向切削力作用於滑塊時，主要為導軌面4與面5產生反力，故導軌面4與面5的磨耗量大於導軌面3與面6。

5、結論

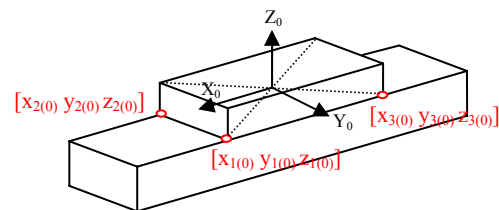
本研究建立一個數學模型，可在已知切削力大小與作用位置的情況下，計算出滑塊的姿態與各導軌的磨耗量。此研究可作為日後工具機實物設計與應用的參考。



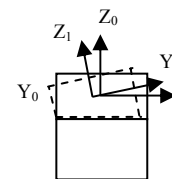
圖一 滑塊呈現五個自由度的微小運動示意圖



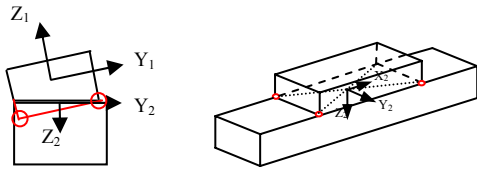
圖二 變形的體積示意圖



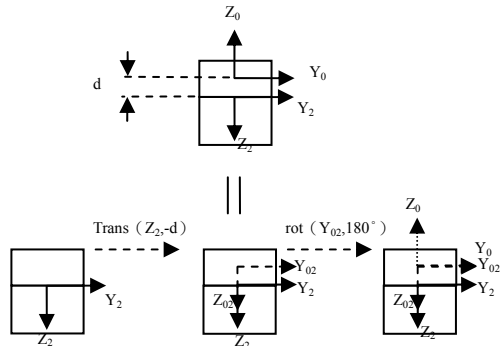
圖三 建立座標系 0 示意圖



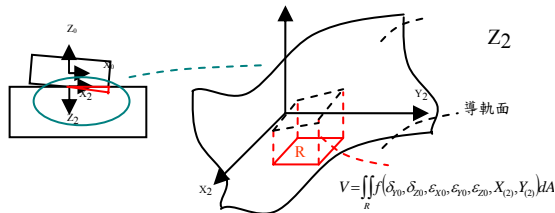
圖四 座標系 1 位置示意圖



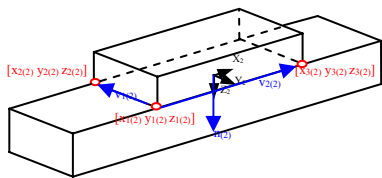
圖五 座標系 2 位置示意圖



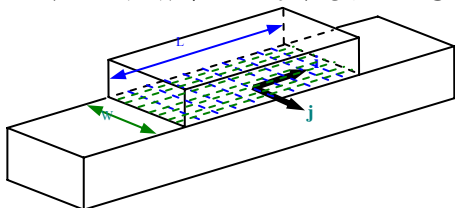
圖六 座標系 0 相對於座標系 2 的座標轉換示意圖



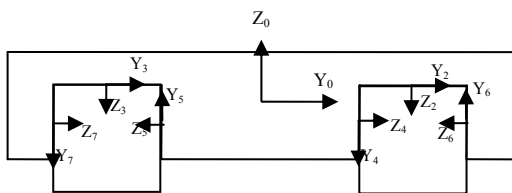
圖七 重積分計算變形壓縮體積示意圖



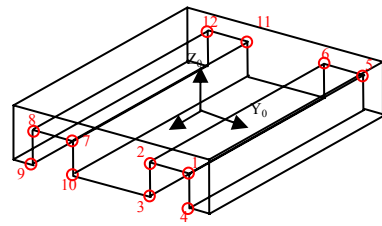
圖八 以座標系 2 描述滑塊底面示意圖



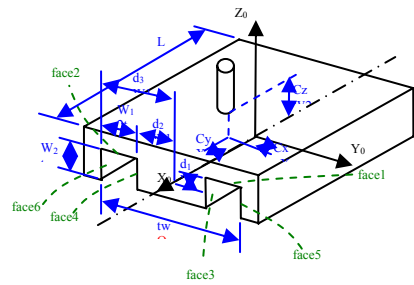
圖九 滑塊底面分成有限區段示意圖



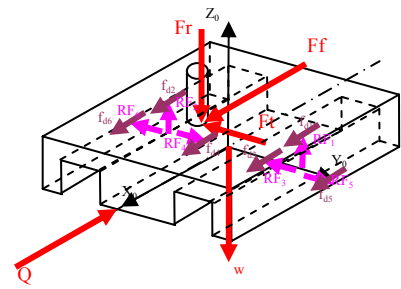
圖十 工具機滑軌座標系設定



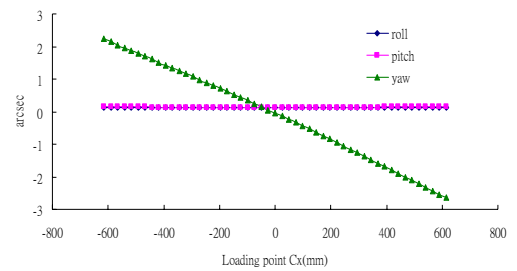
圖十一 工具機滑塊軌參考點設定



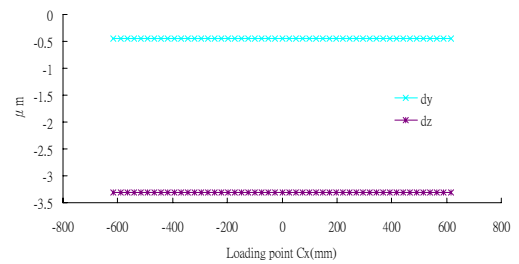
圖十二 滑塊的座標系統



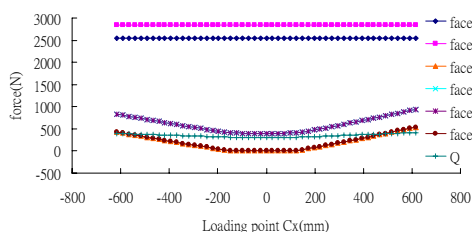
圖十三 滑塊的受力分析狀態



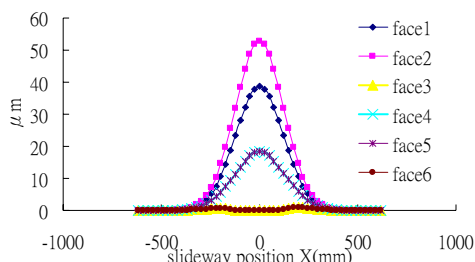
圖十四 滑塊微動角度與切削位置 Cx 的關係圖



圖十五 滑塊微動平移與切削位置 Cx 的關係圖



圖十六 導軌各接觸面反力與切削位置 Cx 的關係圖



圖十七 導軌各接觸面磨耗量的分佈情形

表一 滑軌的尺寸與重量

L(mm)	530	d ₁ (mm)	83
LL(mm)	1230	d ₂ (mm)	290
tw(mm)	800	d ₃ (mm)	402
W ₁ (mm)	112	w(N)	5400
W ₂ (mm)	35	k(N/mm ²)	13.734

表二 切削力與摩擦係數

Ft(N)	2500	Cx(mm)	-615~615
Ff(N)	800	Cy (mm)	0
Fr(N)	800	Cz(mm)	200
動摩擦係數 μ	0.05	切削距離(km)	50
磨耗係數 (mm ³ /Nm)	3.7×10 ⁻⁶		

六、參考文獻

1. M. Masuko and Y. Ito, Distribution of contact pressure on machine tool slideways. Proc. 10th Int. Machine Tool Design and Research Conference, Manchester. Macmillan, pp. 641-650(1969).
2. Y. Furukawa and N. Moronuki, Contact deformation of a machine tool slideway and its effect on machining accuracy, International Journal of Japanese Society of Mechanical Engineers, 30(263), 868-874(1987).
3. S. Hinduja, Analysis of machine tool structures by finite element method. Ph.D. thesis, U.M.I.S.T., 1971.
4. N. Back, Deformations in machine tool joints. Ph.D. thesis, U.M.I.S.T., 1972.
5. Filiz, I. H., Akpolat, A., and Guzelbey, I. H. Deformations and pressure distribution on machine tool slideways. Int. J. Mach. Tools Manuf., 1997, 37(3), 309-318.
6. J. F. Archard, W. Hirst, The wear of metals under

unlubricated conditions, Proc. R. Soc. Lond. 236A, (1956) 397-410.

7. M. B. Peterson, M. B. Peterson, W. O. Winer (Eds.), Wear control handbook, ASME, 1980.
8. K. L. Wang, H. S. Cheng, A numerical solution to the dynamic load, film thickness, and surface temperatures in spur gears, Part 1 Analysis, ASME J. Mech. Design 103 (1981) 177-187.
9. Weber, Dirk, Haas, Werner, "Wear behaviour of PTFE lip seals with different sealing edge designs, experiments and simulation, "Sealing Technology Volume: 2007, Issue: 2, February, 2007, pp. 7-12
10. Z. M. Levina, Calculation of contact deformations in slideways, Machines and Tooling 36, 8-17(1965).
11. Z. M. Levina, Research on the static stiffness of joints in machine tools. Proc. 8th Machine Tool Design and Research Conference, Manchester. Macmillan, pp. 737-758(1967).
12. D. G. Tenner, Contact stiffness of friction slideways, Machines and Tooling 39(3), 3-6(1968).
13. V. I. Ostrovskii, The influence of machining methods on slideway contact stiffness, Machines and Tooling 36, 17-19(1965).

Analysis and Prediction of Slideway Wear

Kuang-Chao Fan¹ and Shi-Mieng Chen²
and Tzu-Hsin Kuo³

¹ Department of Mechanical Engineering
National Taiwan University

² Department of Mechanical Engineering
National Taiwan University

³ Industrial Technology Research Institute

Abstract

This research study a mathematical model for the slide way. Under known cutting conditions, this model can predict the slider displacements, feed force, reaction force of contact surfaces and wear of guide way.

External forces applied to the slider and caused contact deformation of sliderway contact surfaces. By using homogeneous transformation matrix and Multiple Integration method, the reaction forces of contact surfaces will be formulated and then the static equilibrium equations can be derived. Finally, the static equilibrium equations can be calculated the approximate value which includes the slider's three dimensional displacements, the feed force and the reaction forces of contact surfaces. This study applies Archard wear equation and Normal distribution of slide distance to predict the slideway wear.

Keywords: slideway, contact deformation, wear