



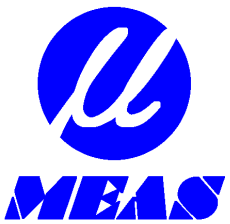
精度理論

教授：范光照

office: 工綜 733

Laboratory: 工綜 139, 141

fan@ntu.edu.tw, (02) 23620032



內容大綱

前言

量測基本概念

量測不確定度簡介

量測誤差分析

量測

消除感官錯覺的最好方式為量測、計數及稱量。
經由這些行為吾人可以擺脫感官之控制。我們
可以不再將眼光侷限在大小、數目及重量所造
成的印象上，而在於計算、量測及稱量。而這
就是我們思考的力量、精神的表現。

——柏拉圖

權衡知輕重
規矩定方圓



精密量測的重要性

精密量測是『頂天立地』的科學技術

Measurement Science and Technology

頂天: 是一切創新、尖端科技發展的基礎與研究

立地: 應用遍及各個部門

計量技術(Metrology)的發展

1. 從巨觀 (Macro) 到微觀 (Micro—Nano)
2. 從常態到超常態
 - 超大距離 (光年) , 超小距離 (奈米)
 - 超高溫 (10000K) , 超低溫 (0.01K)
 - 超大力 (100MN) , 超小力 (nN)
3. 從傳統到先進
4. 動態化、綜合化、自動化、智慧化

--李柱教授

量測範疇

幾何量量測: 尺寸與位移(Macro-Meso-Micro-Nano), 角度量測, 形狀量測(直線度、平面度、真圓度、曲面), 粗糙度量測

物理量量測: 機械力學(靜力、動力、材力、機構學、振動), 熱流學(熱力、流力)

基本知識: 感測器技術、機電整合技術、軟體技術



量測基本名詞介紹

量測基本名詞

精密度(Precision)

重複性(Repeatability)

線性度 (Linearity)

靈敏度(Sensitivity)

誤差(Error): 隨機誤差(random error), 系統誤差(systematic error)

量測不確定度(Measurement Uncertainty)

量測標準器(Measurement standards)

阿貝誤差(Abbe' Error)

餘弦誤差(Cosine error)

準確度(Accuracy)

解析度 (Resolution)

殘差 (Residual)

校正 (Calibration)



量測 (*Measurement*)

量測 (*Measurement*)

以確定量值為目的的一組操作

校正 (*Calibration*)

具標準傳遞的一種量測

測試 (*Test*)

對未知值的一種量測

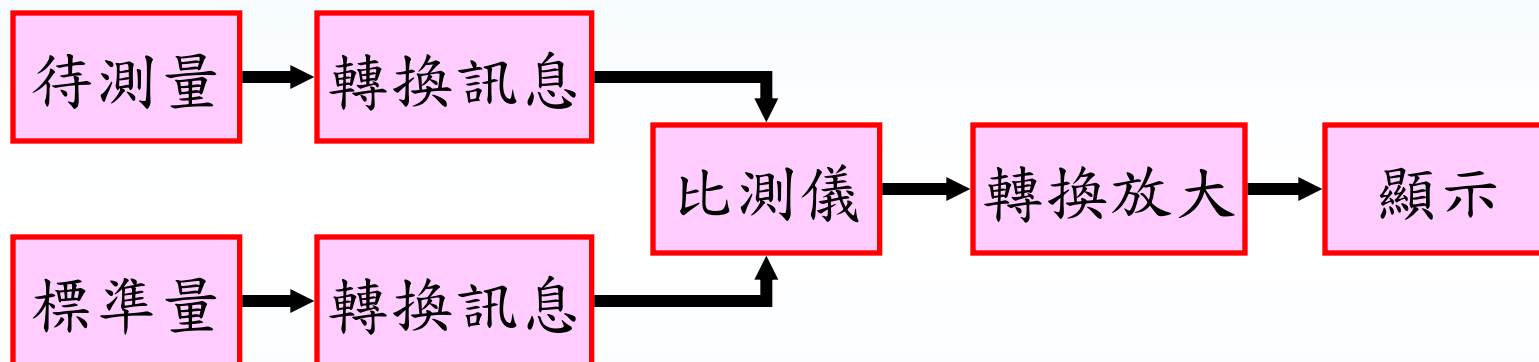
檢測 (*Inspection*)

判定合格與否的一種量測

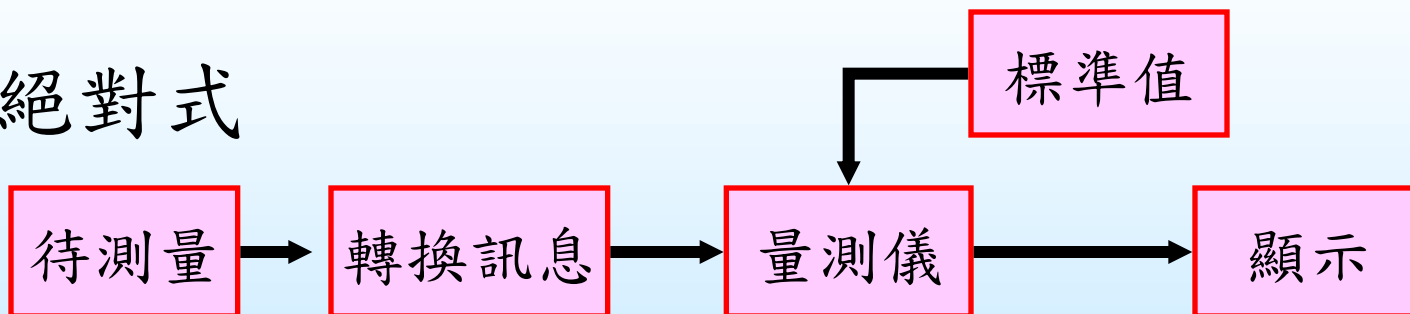
Go & No Go (NG)

量測之種類

比較式



絕對式



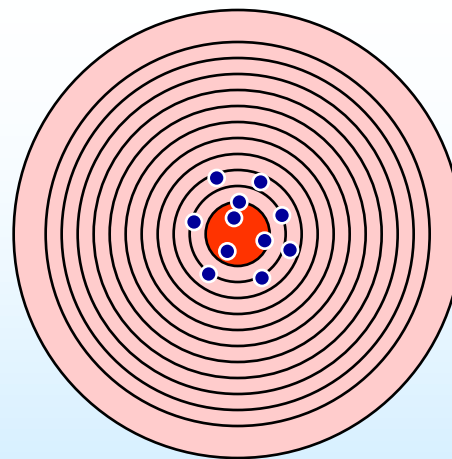
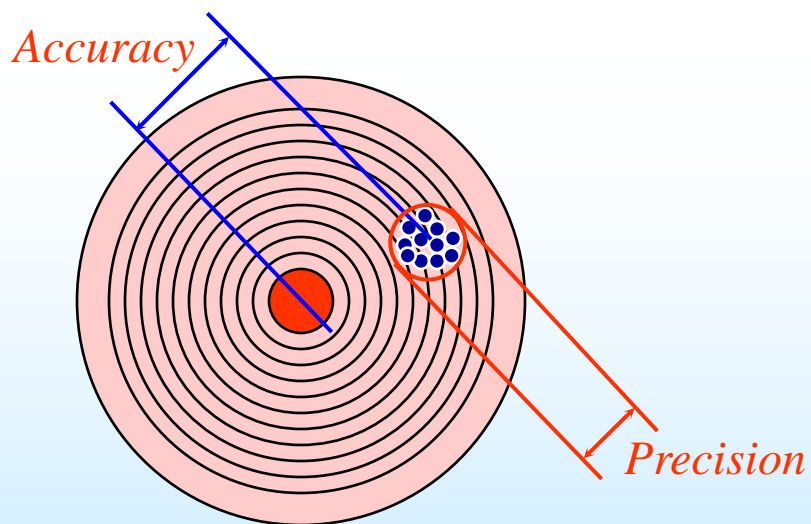
精密與準確

精密度

(*Precision*)

準確度

(*Accuracy*)



重複性與重現性

重複性

Repeatability

相同程序

相同觀測者

相同儀器

相同環境狀況

相同位置

屬短期效應

重現性

Reproducibility

方法或原理

儀器

環境狀況

位置

觀測者

時間

以上條件可能不同

誤差與偏差

誤差 (*error*)

量測結果減去被測量的真值

由於真值不能確定，實際上常用約定真值當有必要與相對誤差相區別時，此量有時稱為絕對量測誤差

偏差 (*bias*)

量測儀器示值的系統誤差

量測儀器的偏差通常用適當次數重複量測的示值誤差的平均來估計

隨機誤差與系統誤差

隨機誤差(*random error*)

量測結果減去在重複性條件下對同一被測量進行無限多次測量結果的平均值

隨機誤差等於減去系統誤差的誤差

因為量測只能做有限次數，故可能確定的只是隨機誤差估計

系統誤差(*systematic error*)

在重複性條件下對同一被測量進行無限多次測量結果的平均值減去被測量的真值

系統誤差等於減去隨機誤差的誤差

如真值一樣，系統誤差及其原因不能完全知道

誤差與不確定度

量測結果 = 真值 + 誤差

真值：受測量真正的值

無法得知

約定真值

誤差：量測結果 - 真值

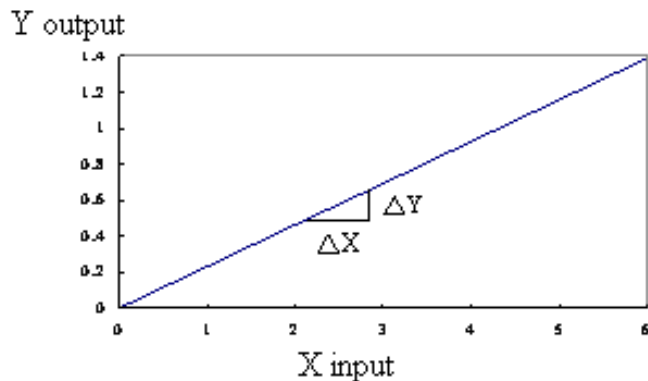
∴ 誤差亦無法得知

量測結果 \equiv 量測值 \pm 不確定度

精密檢測儀器設計原則

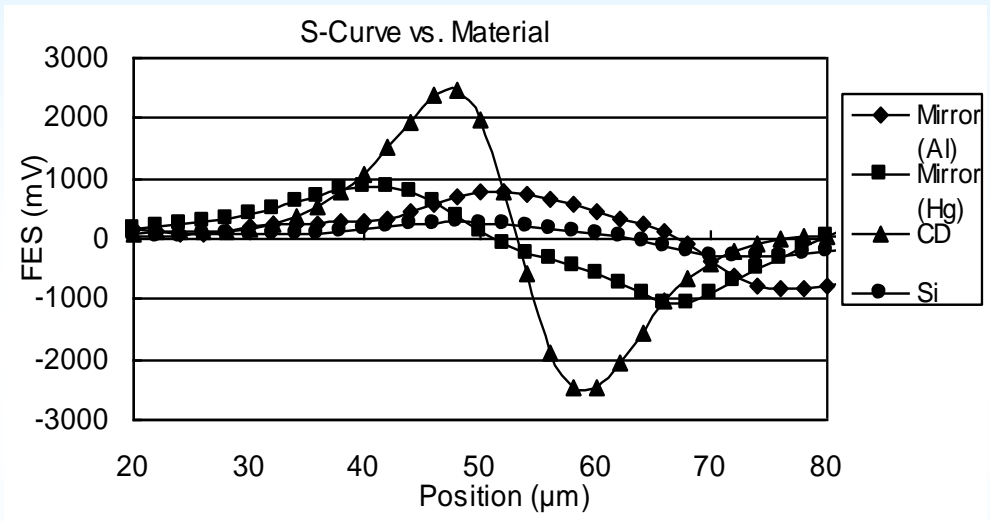
1. 符合精密機械設計原則
2. 高解析度
3. 高準確度
4. 高精密度
5. 運動件低慣性度

Sensitivity and Linearity



Sensitivity

$$= \Delta Y / \Delta X$$

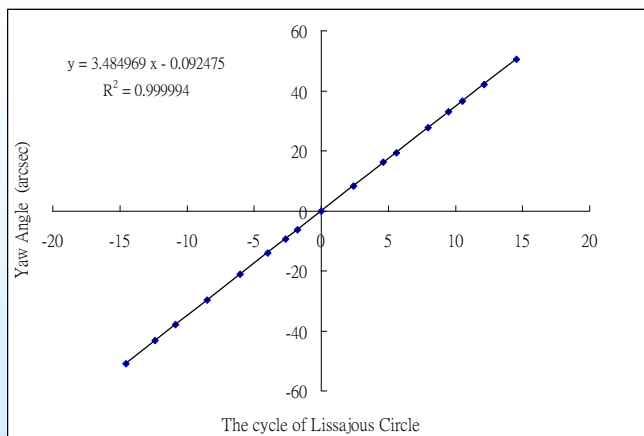


Linearity: 線性段範圍的直線度
各感測器須經校正獲得

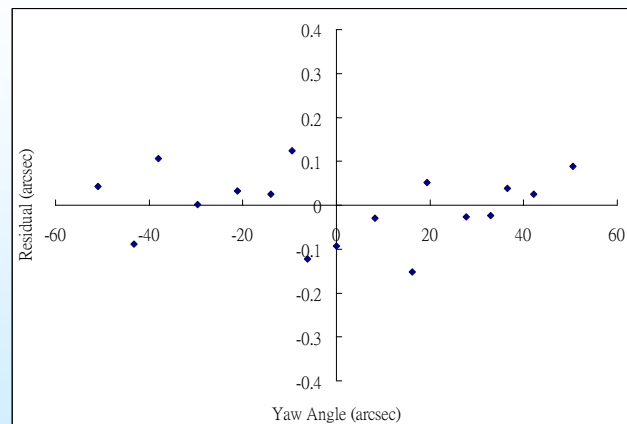
校正 (*calibration*)

定義：使用更高精度的儀器來比對待校儀器(量具)的精度(準確性及重覆性)，以符合追溯體系

儀器的修正：利用校正結果來修正儀器的讀值，一般稱之 “**誤差補償**”



校正結果



殘餘誤差

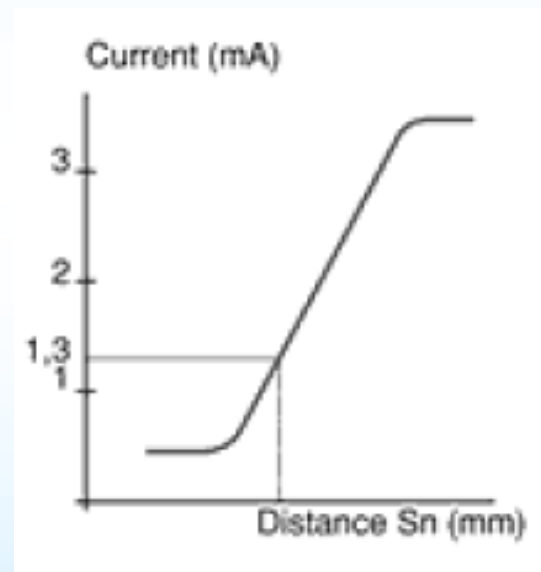
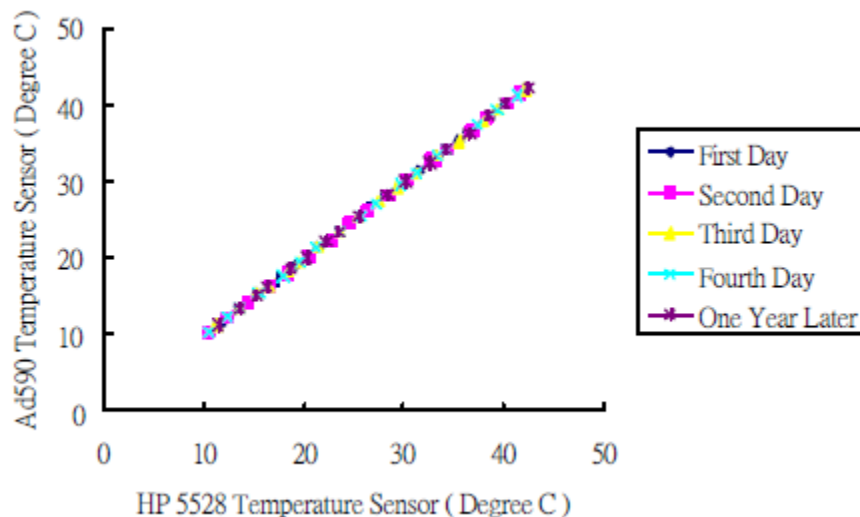
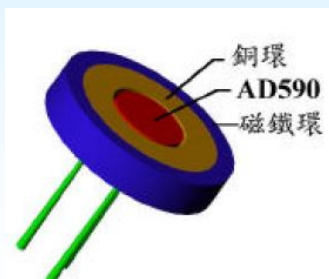


感測器校正的必要性

所有非接觸式位置感測器都和被測物的表面反射性有關,故必須先做校正

所有物理量感測器(接觸式量測除外)都和被測物的表面物性有關,故必須先做校正

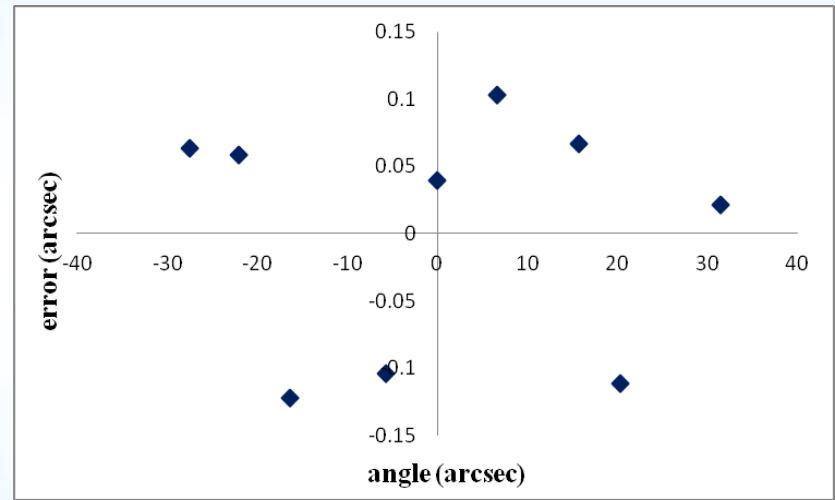
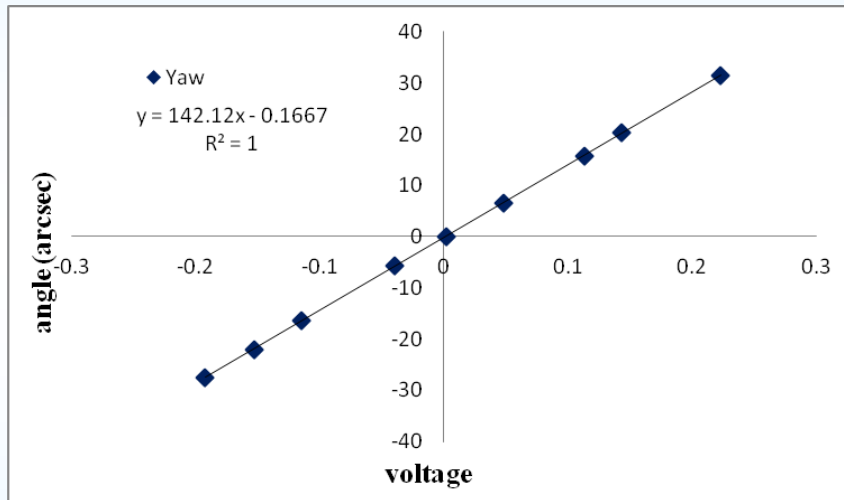
Linearity from Calibration



溫度感測器校正

近接位置感測器校正

Analysis of Linearity and Residuals

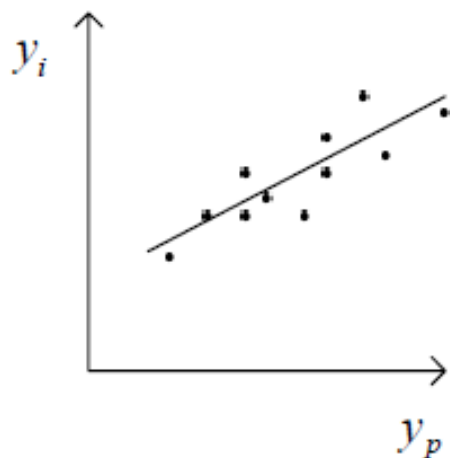


線性度回歸分析 (Linear Regression Analysis)

(1) 變異數 Variance σ^2

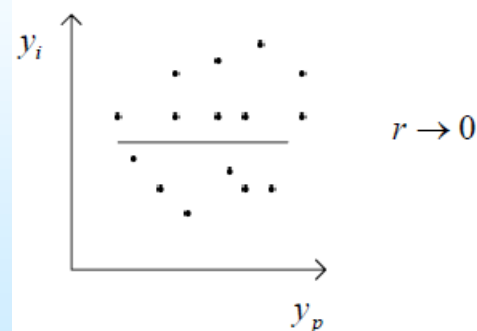
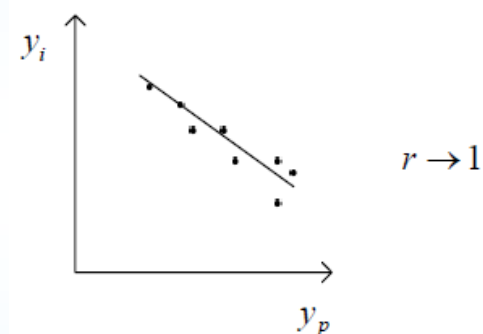
$$\text{定義 } \sigma^2 = \frac{\sum e_i^2}{N - n - 1}$$

其中 $e_i = y_i - y_p$, n 為多項式階數(or.係數個數)

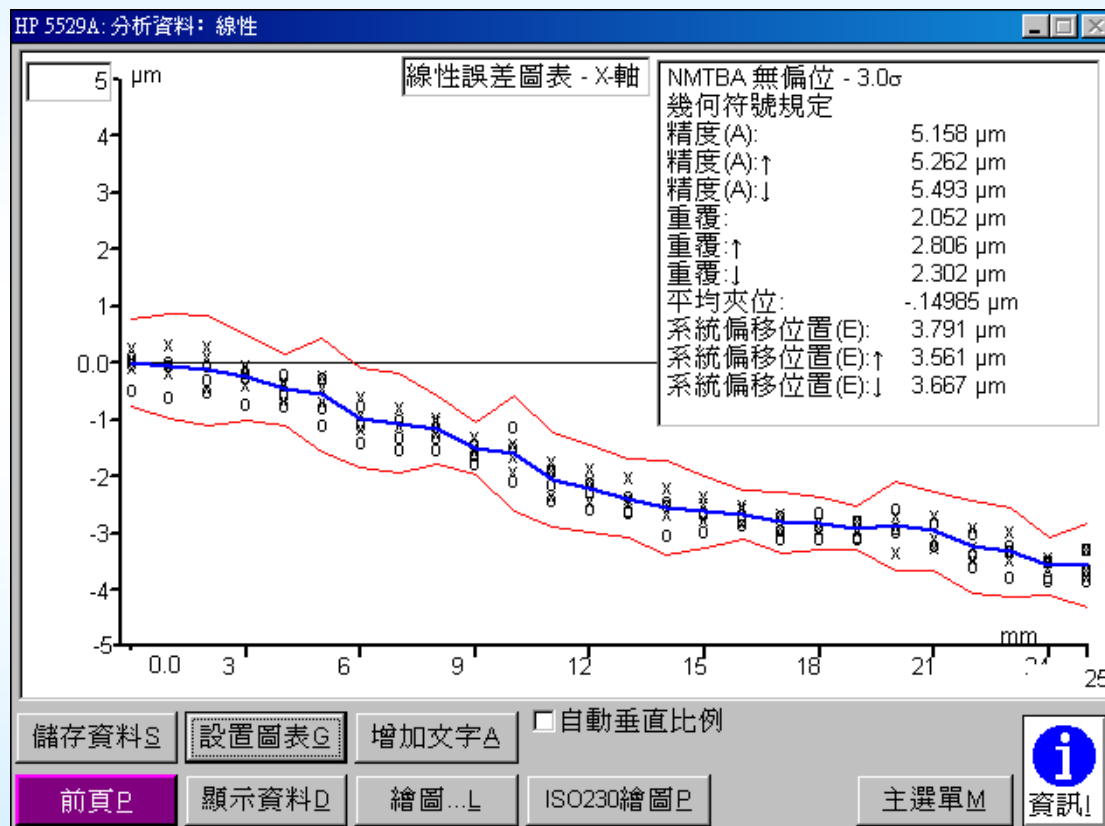


(2) 相對誤差


$$r^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum y_i^2}$$



Accuracy and Repeatability



量測不確定度概念

A large, light blue diamond shape with a white starburst effect at its top-left corner, positioned to the left of the text.

不確定度評估方法:

1. 從實驗數據分析—Type A
2. 從理論公式分析—Type B



Type A: 量測結果的比較

直徑 5 mm 之鐵棒，於相同的環境下

路人甲量測一次：4.91 mm

路人乙量測一次：5.01 mm

誰量得比較準？誰的技術能力較好？

變異性的發現

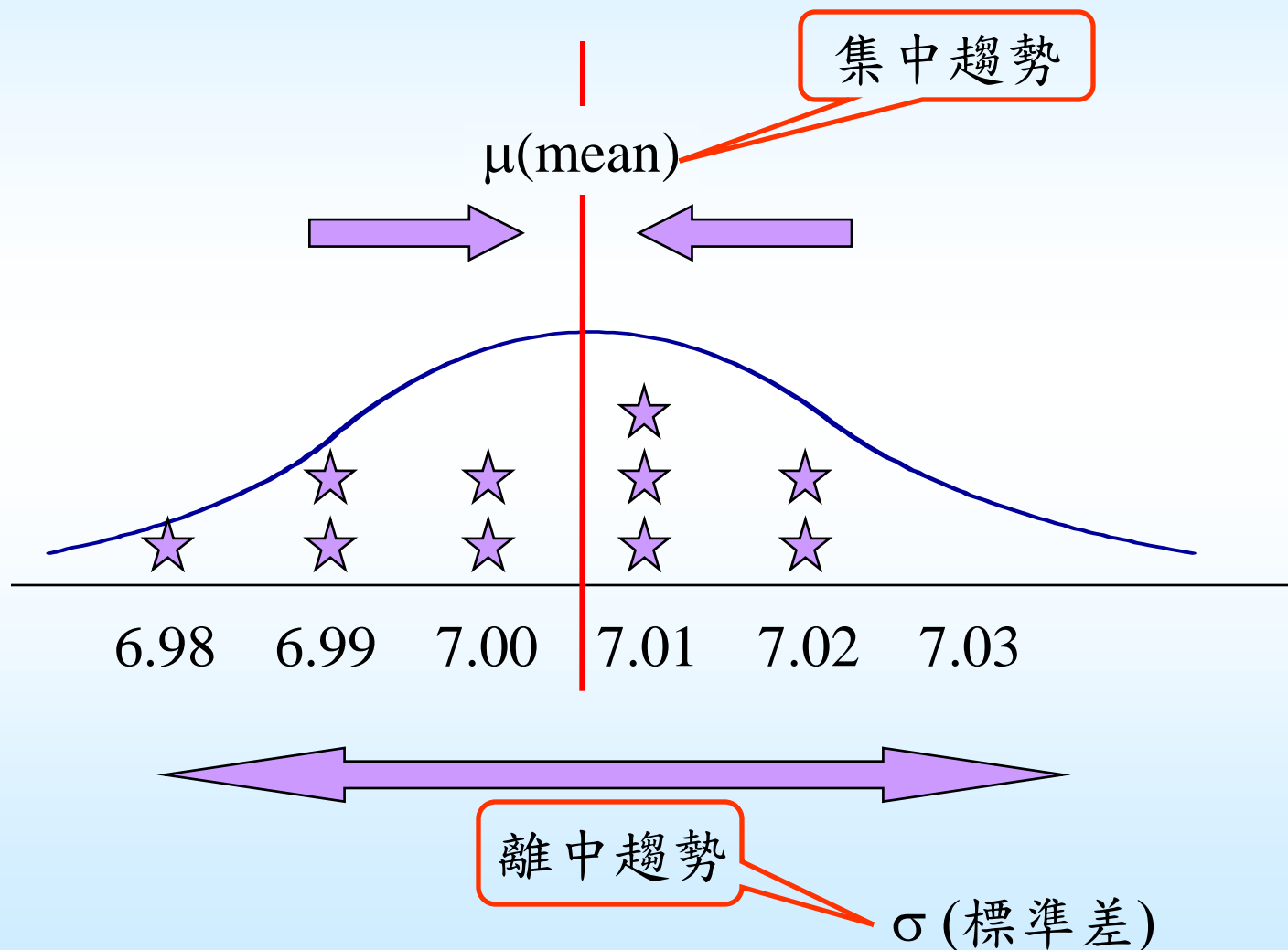
例：量測一支圓棒的直徑

單位：mm

	(4) 7.02	(7) 7.02
(1) 7.01	(5) 7.01	(8) 7.01
(2) 7.00		(9) 7.00
(3) 6.99	(6) 6.99	
		(10) 6.98

∴ 量測之結果具有變異性

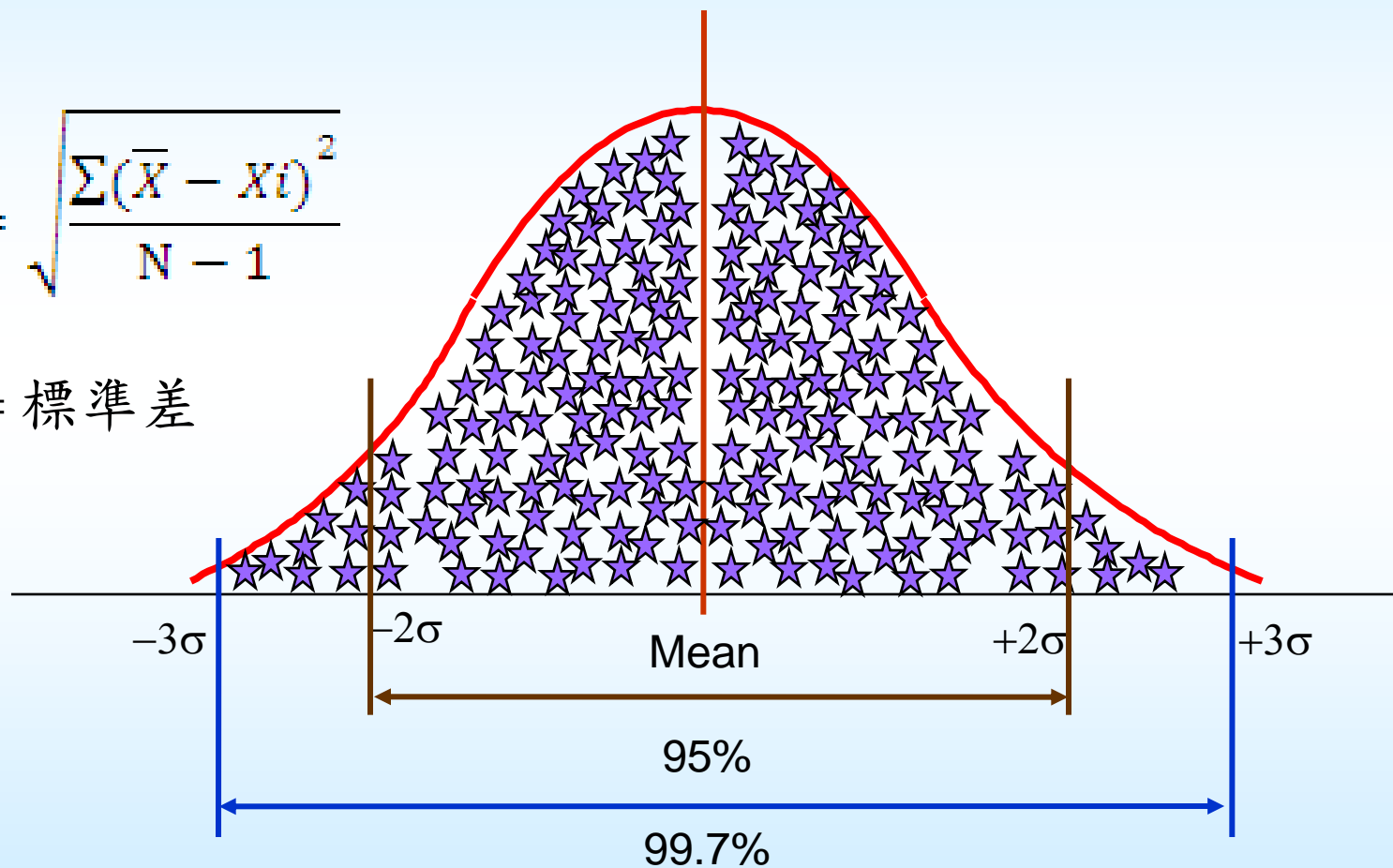
量測值的分佈



常態分配($n \rightarrow \infty$)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\bar{X} - x_i)^2}{N - 1}}$$

σ = 標準差



初步的結論

量測/校正之特性

建議多量幾次

量測值接近一中間值（平均值）

量測值具有離散性（標準差）

量測/校正結果之表達

量測/校正結果：14.96 mm (y)

(擴充)不確定度：0.06 mm (U)

$$Y = y \pm U$$

信賴水準為：？ % ($\approx 95\%$)

擴充係數 $k = ?$ (≈ 2)

以上的表示法您覺得是否較為清楚呢？

Expanded Uncertainty

$$U = k \cdot u_c(y)$$

The default coverage factor k in GPS measurements is $2 \sim 3$. Commonly $k = 2$ coincides with level of confidence of the interval about 95%. When higher level of confidence is needed, $k = 3$, and level of confidence of the interval is about 99%.

進一步的結論

量測的基本概念

量測的目的：求得「受測量」之值

量測結果：只是此「受測量」之趨近值

因此，必須賦予「不確定度」，即

「受測量」之值 = 量測結果(值) \pm 不確定度

不確定度之初步定義

為一與量測結果相關之參數，以表徵合理歸因於受測量的值之離散程度



不確定度評估的方法

ISO

Guide to the Expression of Uncertainty in
Measurement

簡稱：ISO GUM

中譯：量測不確定度表示法指引

ISO GUM 之要點

屬要因分析法

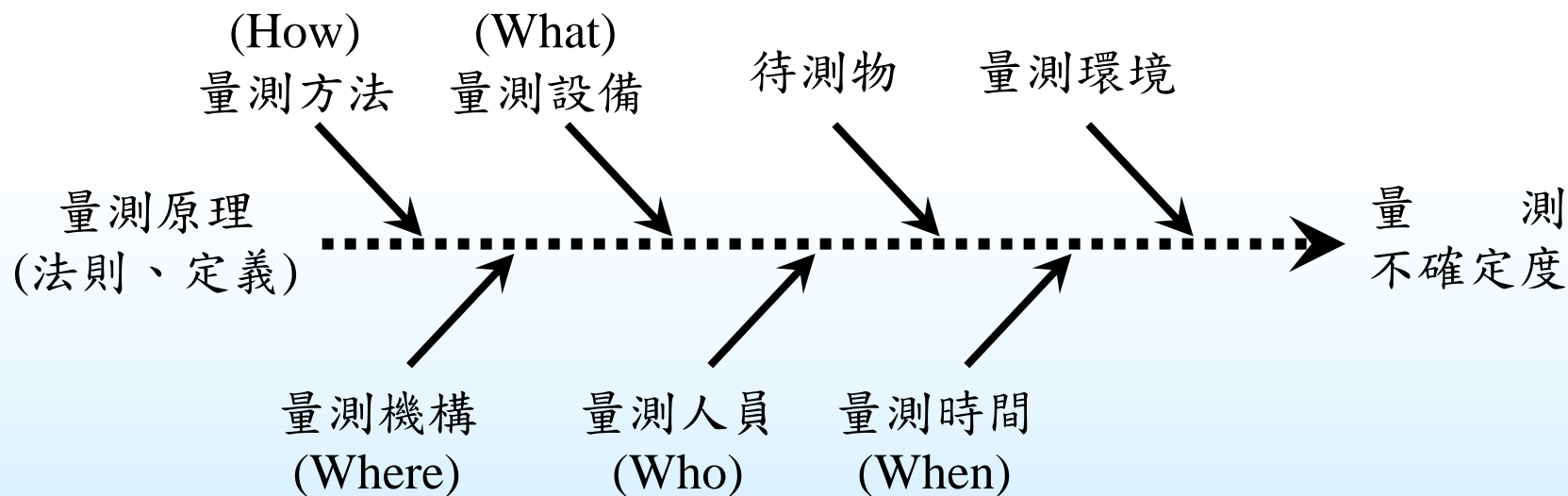
評估要領

將量測過程中會影響量測結果之因子一一予以量化
後，**加總**得量測不確定度

非數學上的加，而是和方根(Root-sum-square)

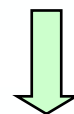
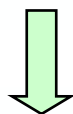
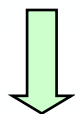
影響量測不確定度之要因

不確定度源 or 誤差源



Type B: 不確定度的數學模式解

$$u_c^2 = \left(\text{設備} \right)^2 + \left(\text{人爲} \right)^2 + \left(\text{環境} \right)^2 + \dots$$

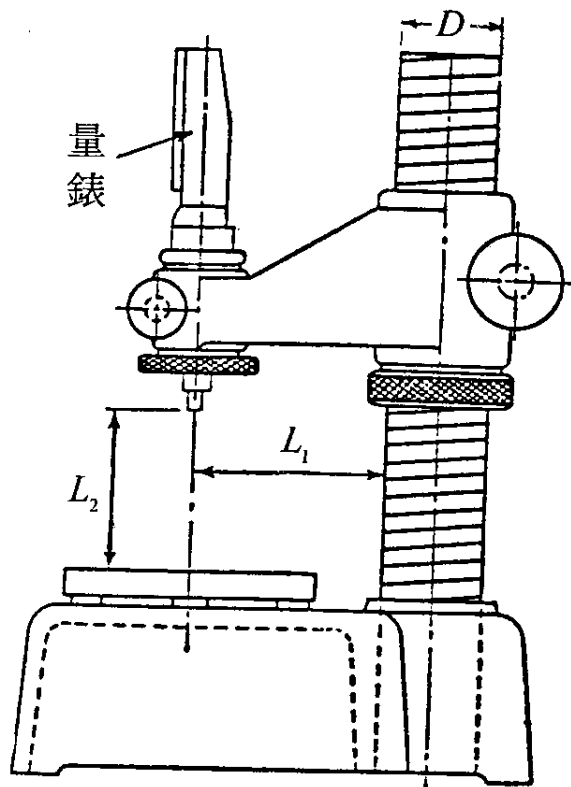


$$u_c = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \cdot u^2(x_1) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \cdot u^2(x_2) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_3} \right)^2 \cdot u^2(x_3) + \dots}$$

組合標準不確定度

靈敏係數

範例: 塊規比對



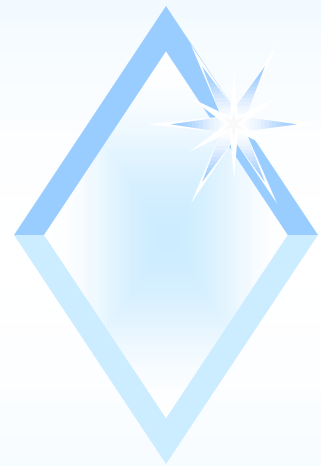
Error Element	Reading	Uncertainty
Gauge block	-0.1 μm	$\pm 0.2\mu\text{m}$
Comparator setting	0	$\pm 0.1\mu\text{m}$
Comparator reading	-1.2 μm	$\pm 0.2\mu\text{m}$
Total	-1.3 μm	$\pm 0.3\mu\text{m}$

$$U = \pm (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)^{1/2}$$

不確定度評估之八大步驟

1. 決定量測方程式 $\rightarrow y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$
2. 決定量測值： x_1, x_2, \dots, x_n
3. 估算每一個量測值之標準不確定度： $u(x_i)$
4. 若量測值相關，估算其Covariance
5. 由系統方程式計算 y 值
6. 決定 y 的組合標準不確定度： $u_c(y)$
7. 計算擴充不確定度： $U = k \cdot u_c(y)$
8. 量測結果表示： $y \pm U = y \pm k \cdot u_c(y)$

量測誤差之因素



人眼判讀誤差

量具磨耗誤差

受力誤差

阿貝誤差 (Abbe Error)

布萊恩誤差 (Bryne Error)

餘弦誤差 (Cosine Error)

熱變形誤差 (Thermal error)

人眼判讀誤差

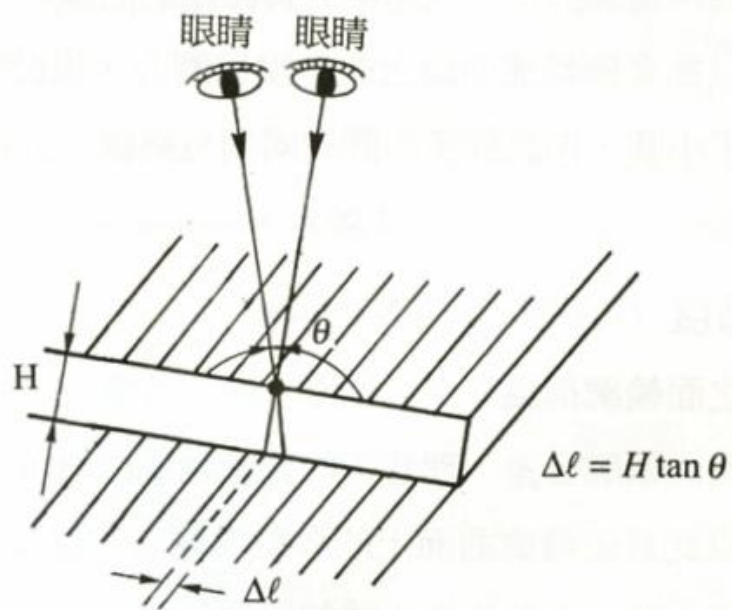
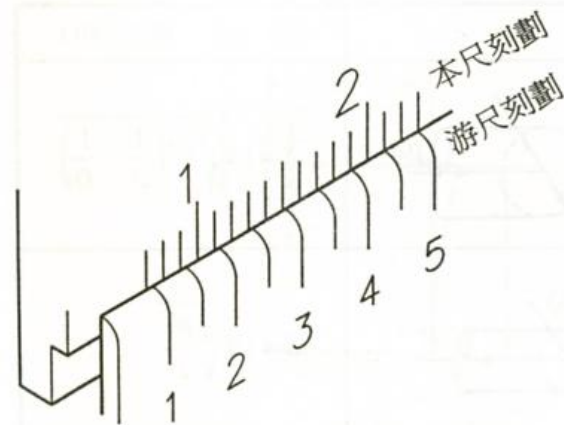
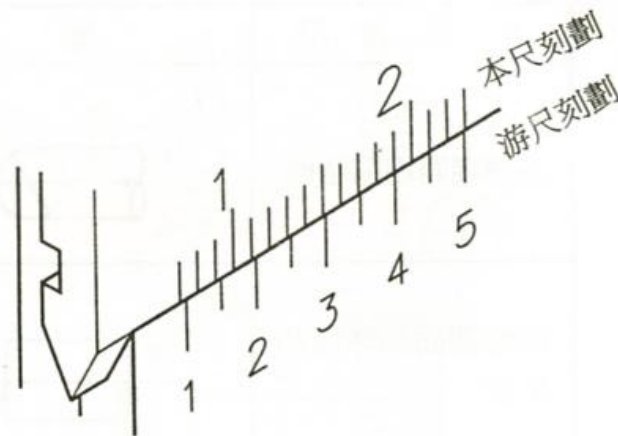


圖 2-4-1 視差之發生



(a) 本尺與游尺之刻劃幾近等高



(b) 本尺與游尺之刻劃等高

誤差修正

用一 10 克的法碼來校正一電子秤, 讀值顯示10.3 克 ,
則電子秤的顯示誤差為:

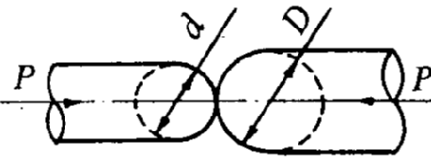
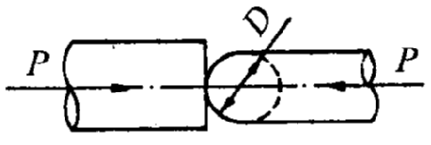
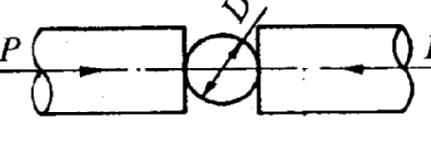
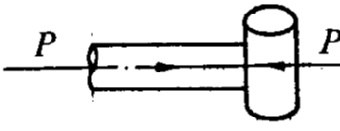
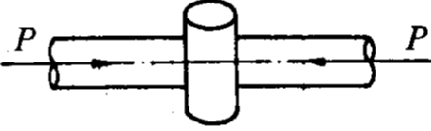
實際值 - 理想值(又稱真值or 公稱值) = 誤差

$$10.3 - 10 = 0.3 \text{ 克}$$

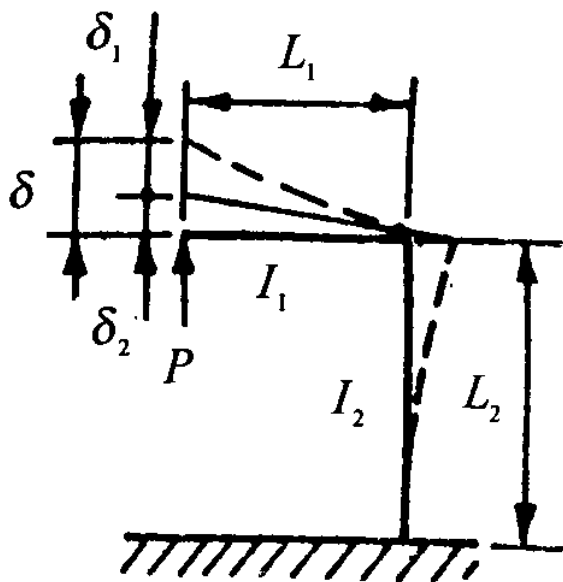
如果法碼本身的誤差(又稱器差)為+0.1克, 則電子秤的
修正顯示誤差為:

$$\text{量測誤差} - \text{標準器的器差} = 0.3 - 0.1 = 0.2 \text{ 克}$$

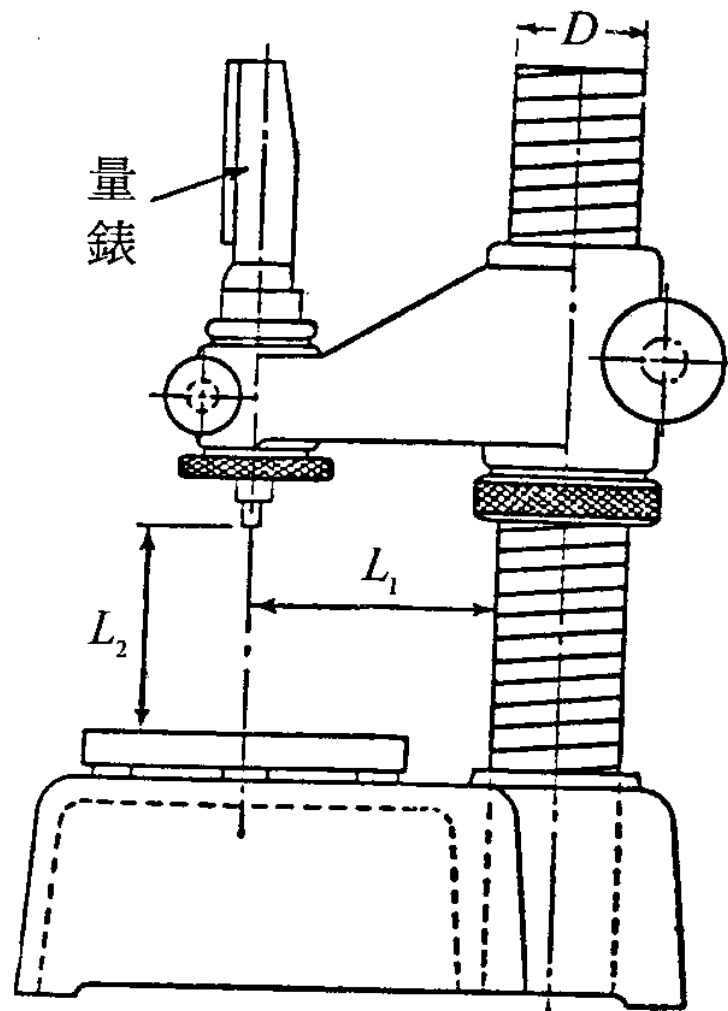
接觸力變形誤差

量測情況	圖示	誤差量 (μm)
測軸端面均為球面		$\delta = 1.9 \sqrt[3]{P^2 \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right)}$
測軸端面為球面和平面		$\delta = 1.9 \sqrt[3]{\frac{P^2}{D}}$
測軸端面均為平面，工件為球形		$\delta = 3.8 \sqrt[3]{\frac{P^2}{D}}$
測軸面為平面 (單端)，工件為圓柱形		$\delta = 0.46 \frac{P}{L} \sqrt[3]{\frac{1}{D}}$ (L 為接觸長度 (mm))
測軸端面均為平面，工件為圓柱形		$\delta = 0.92 \frac{P}{L} \sqrt[3]{\frac{1}{D}}$

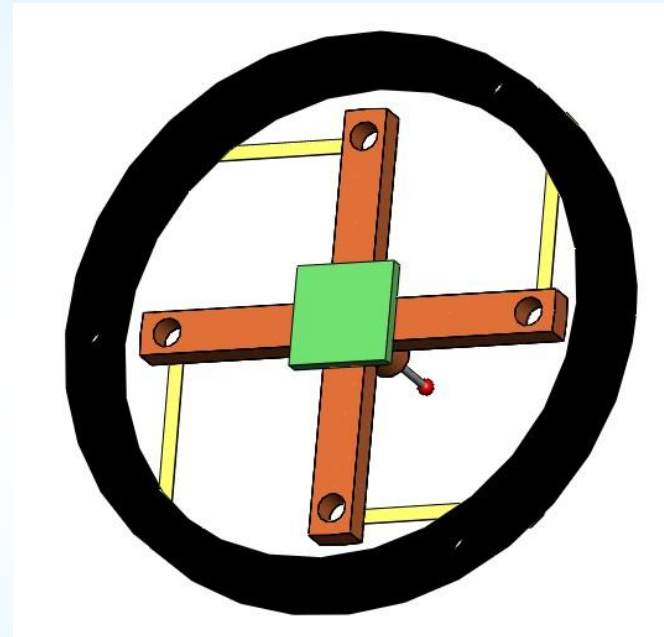
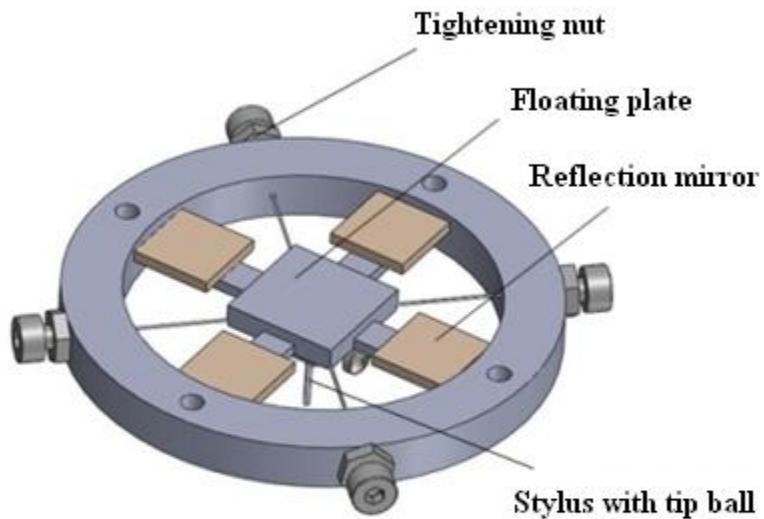
接觸力變形誤差



3誤差
$$\delta = \frac{PL_1^3}{3E_1I_1} + \frac{PL_1^2L_2}{E_2I_2}$$

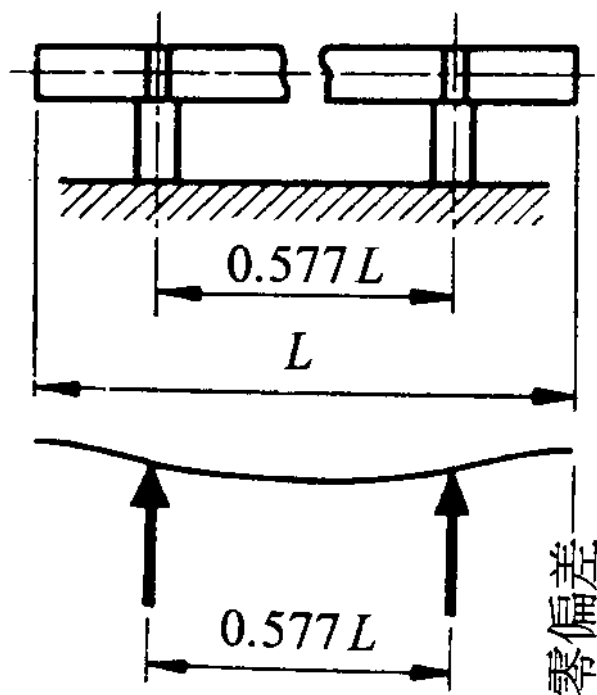


接觸力設計須愈小愈好

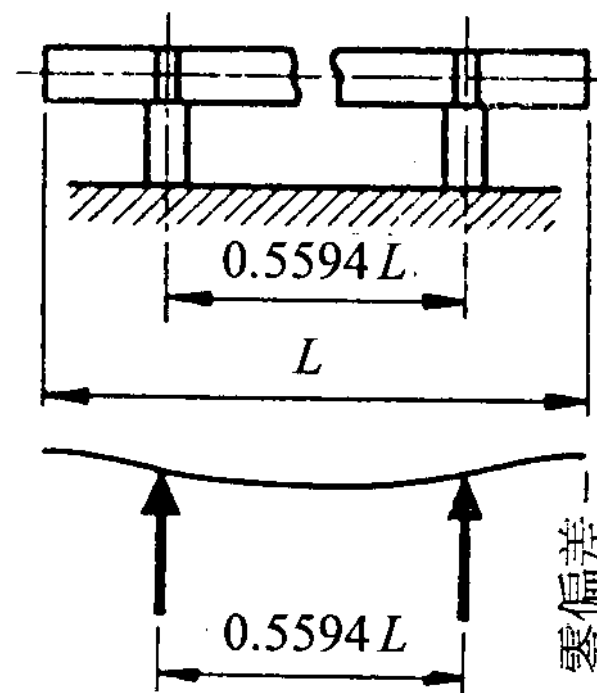


大多採用彈簧式

自重變形誤差



(a) 愛里點

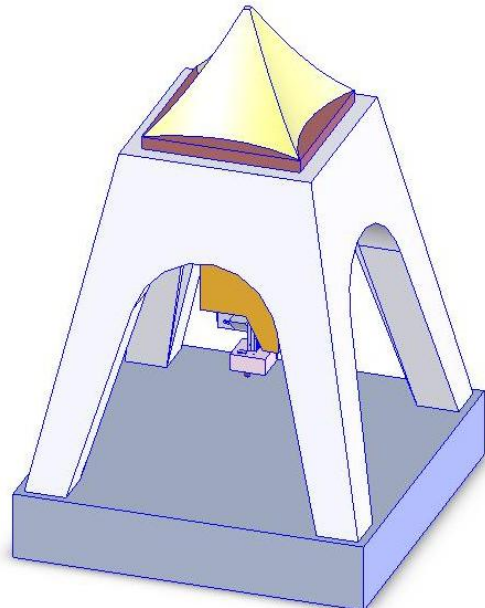
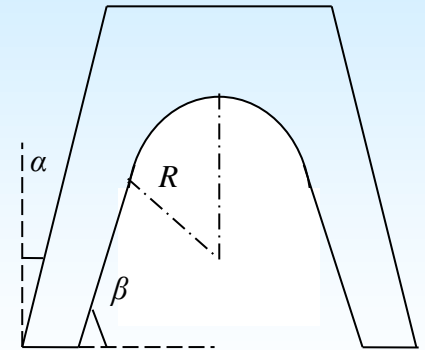
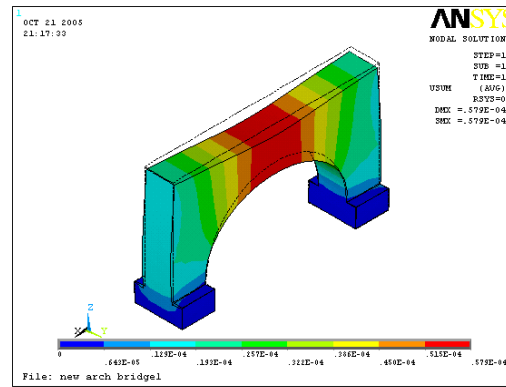
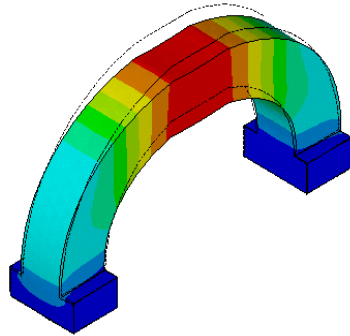
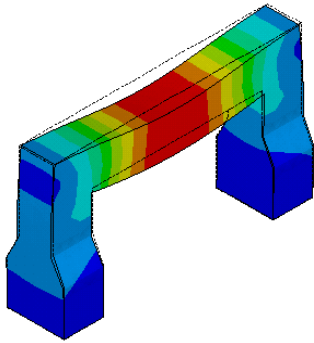


(b) 貝塞爾點

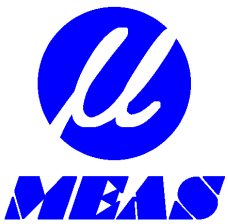
端點標準器架設：端點
需水平

線刻度標準器架設：全
長彎曲誤差量需最小

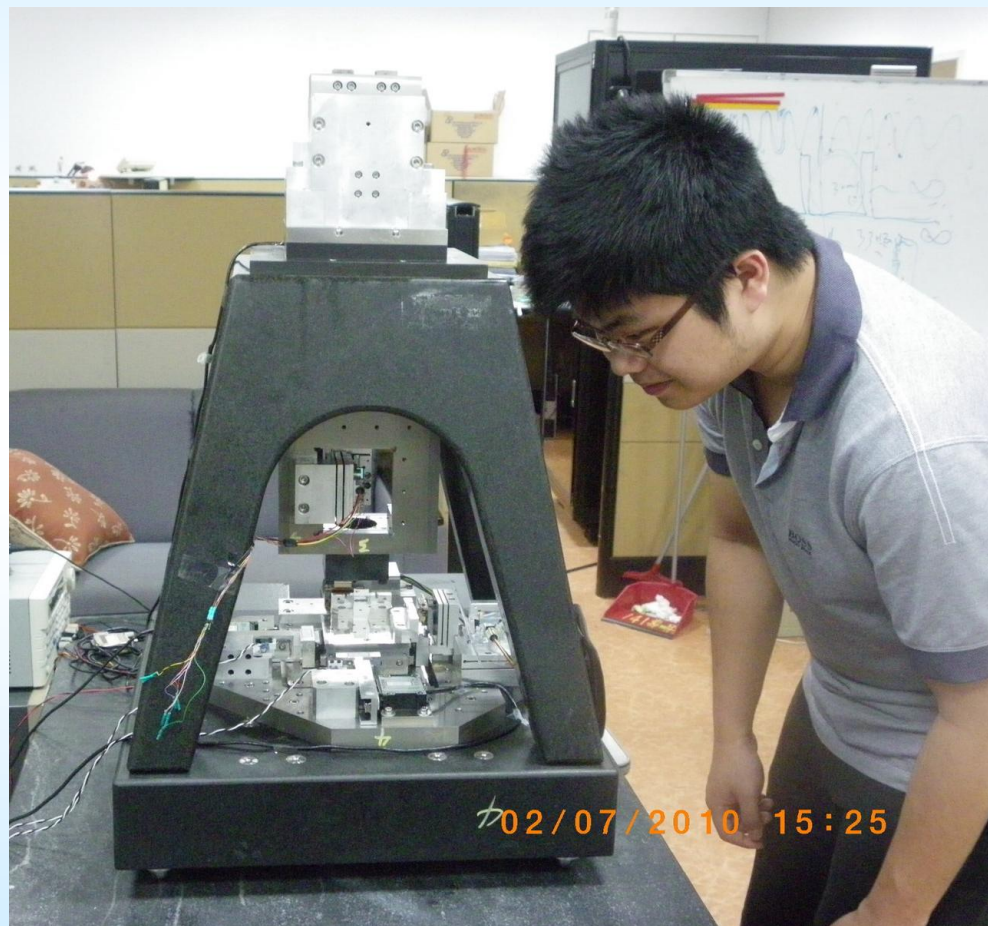
設計例: Comparison of Bridge Structures



Type of Bridge	FEA	
	Spindle load	Self- weight
Rectangular	0.362um	0.156um
Arc	0.174um	0.102um
Arch	0.154μm	0.090μm
Optimized Arch	0.131μm	0.060μm
Pagoda	0.115μm	0.060μm



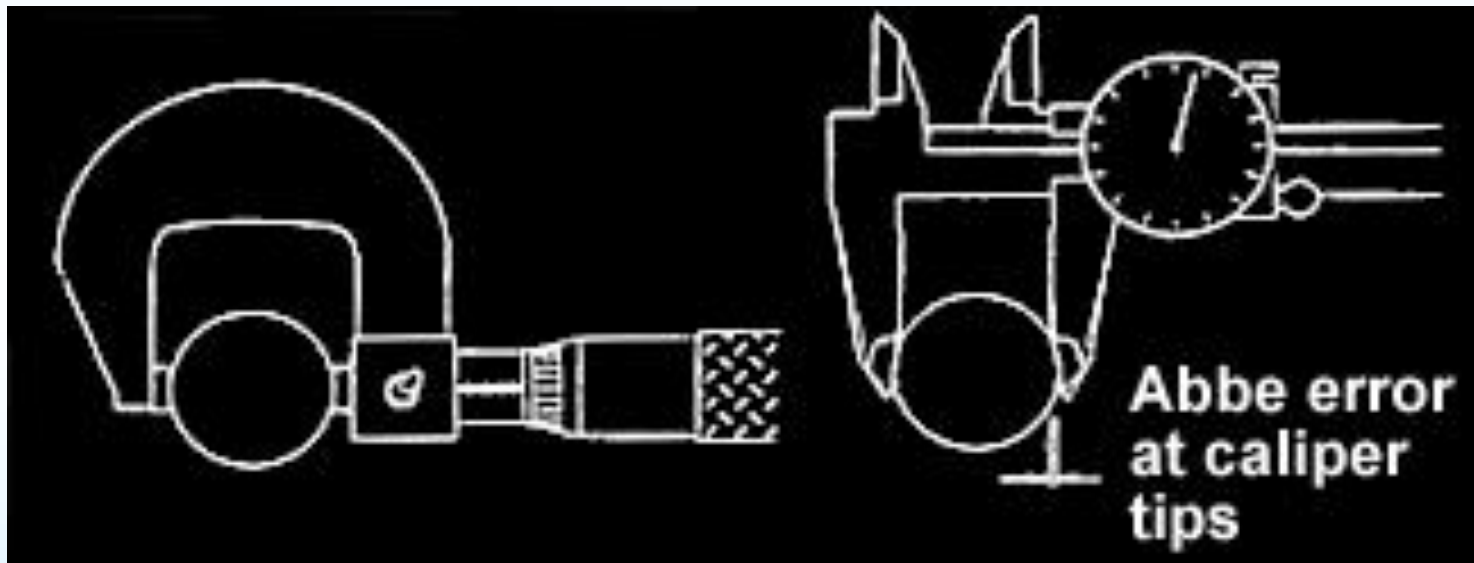
Micro-CMM System at NTU Taiwan



Abbé Error

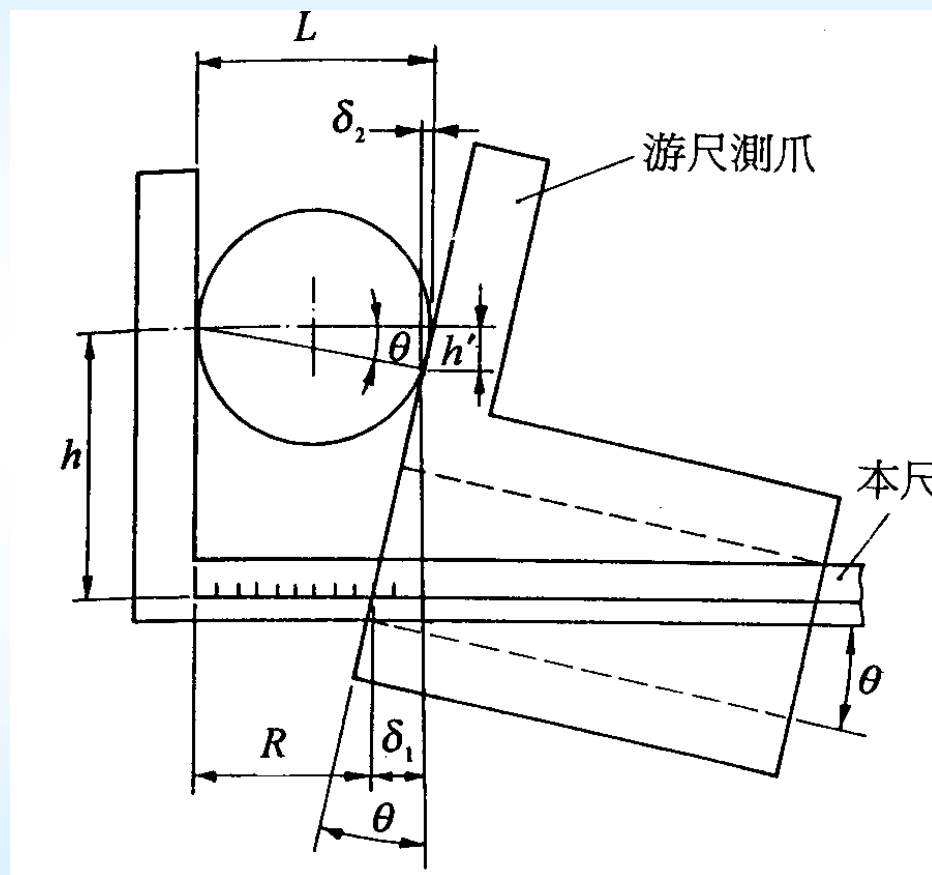
Measuring Axis is parallel to the Moving Axis

量測軸與運動軸產生偏位



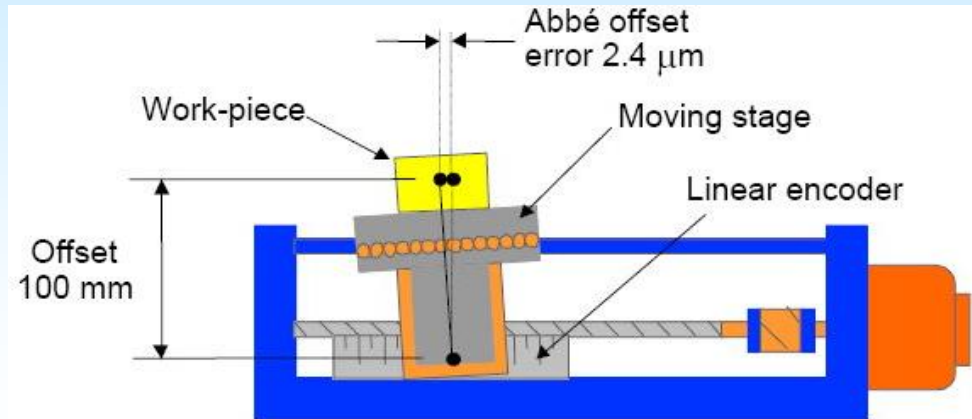
Abbé error illustrated through the use of a dial caliper and a micrometer

Abbé Error

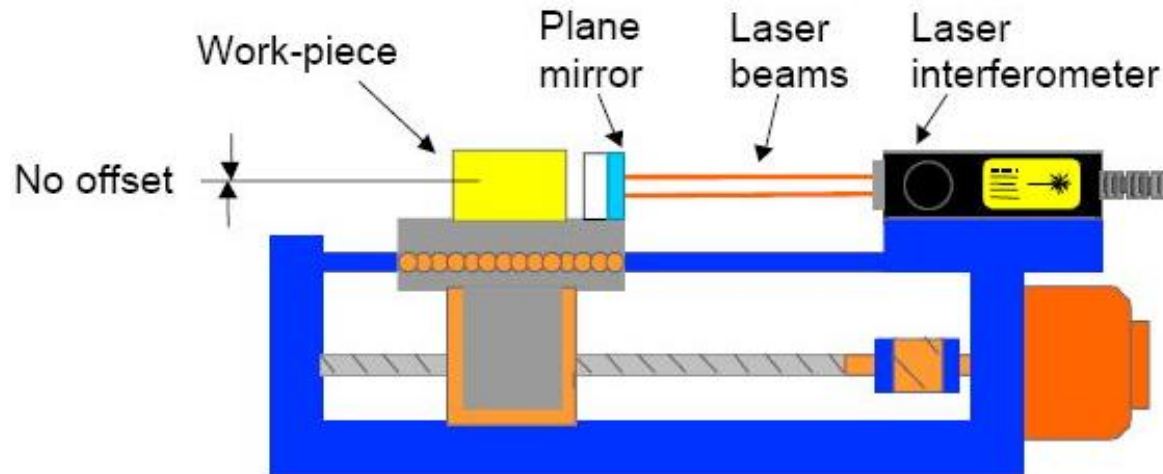


$$L - R \approx h\theta$$

Abbé Principle in Design



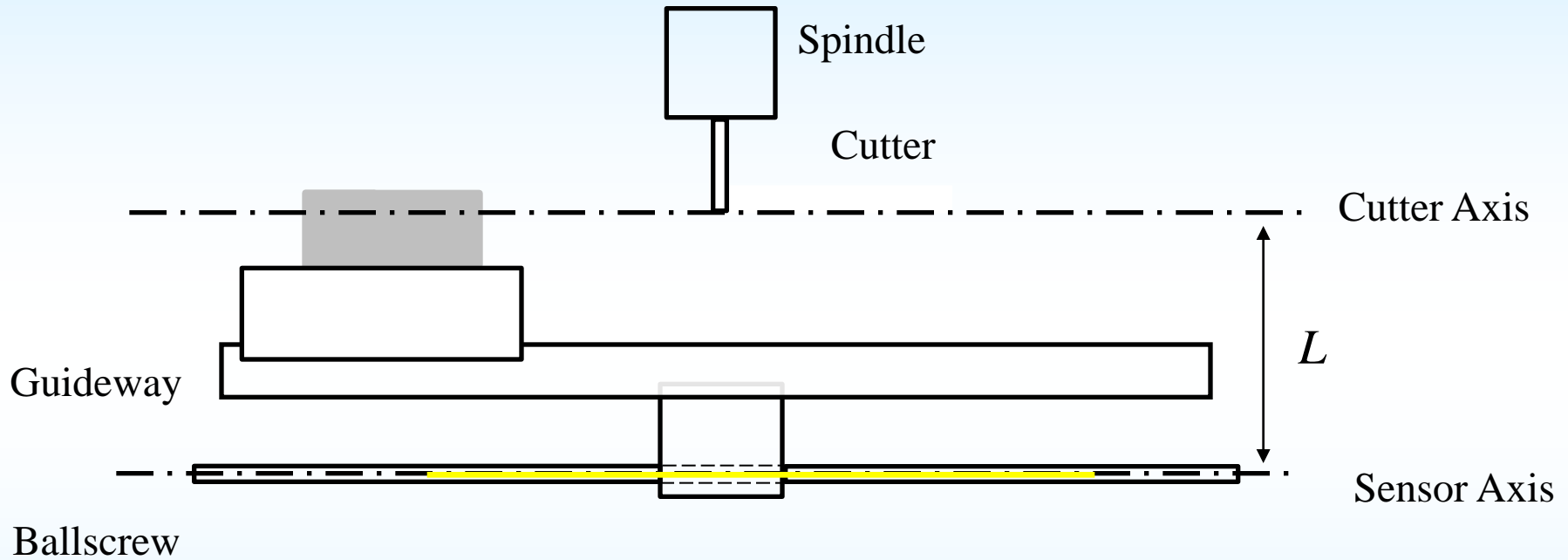
Linear encoder feedback



Laser interferometer position feedback

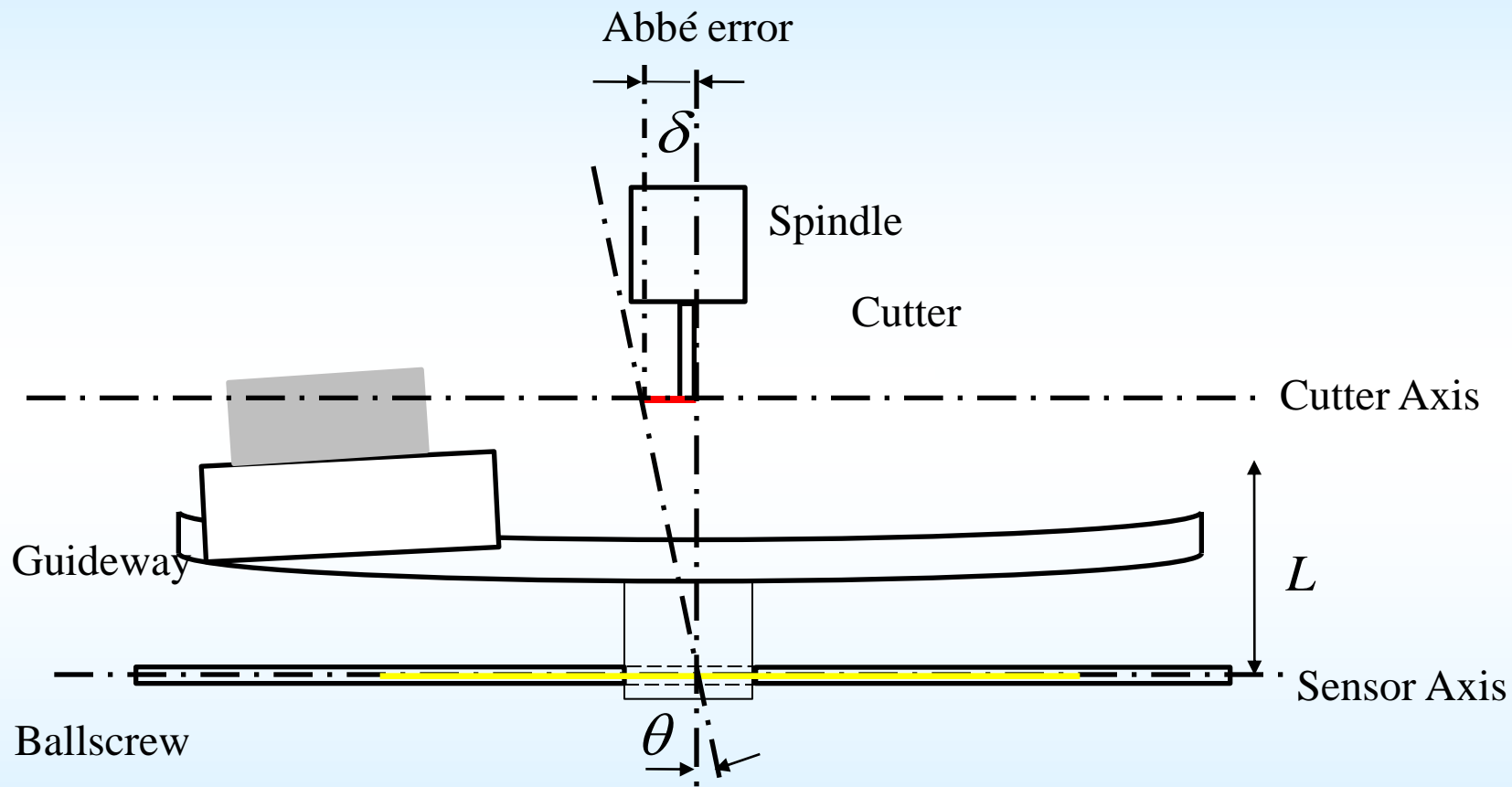


Abbé error free : no angular error



Animation

Abbé error in one axis



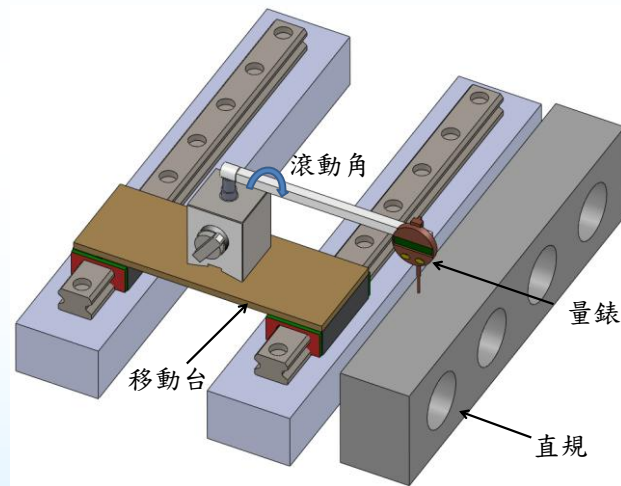
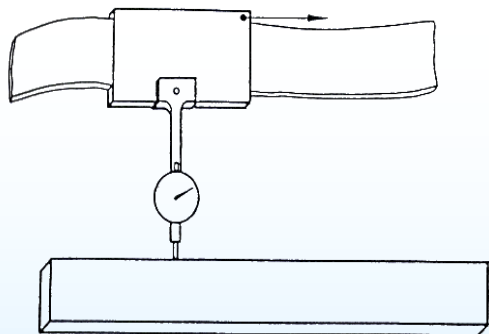
Animation

布來恩誤差

布來恩原則(Bryan Principle)

Bryan Principle: 直線度量測時參考的**量測軸線**要與被量測的**移動軸線**同軸

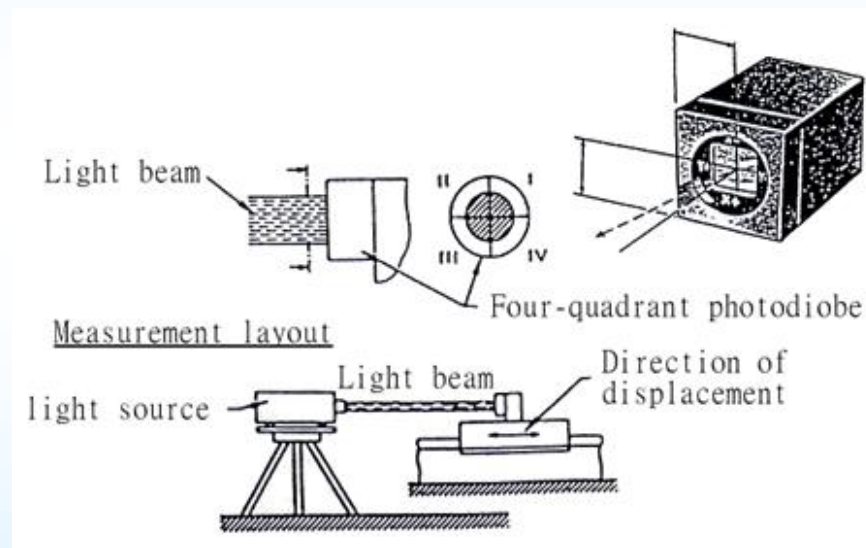
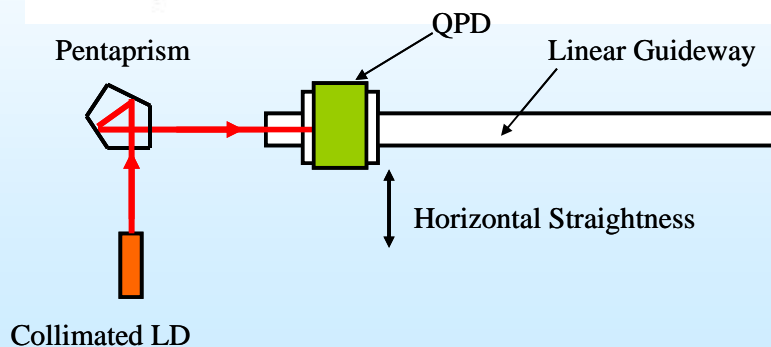
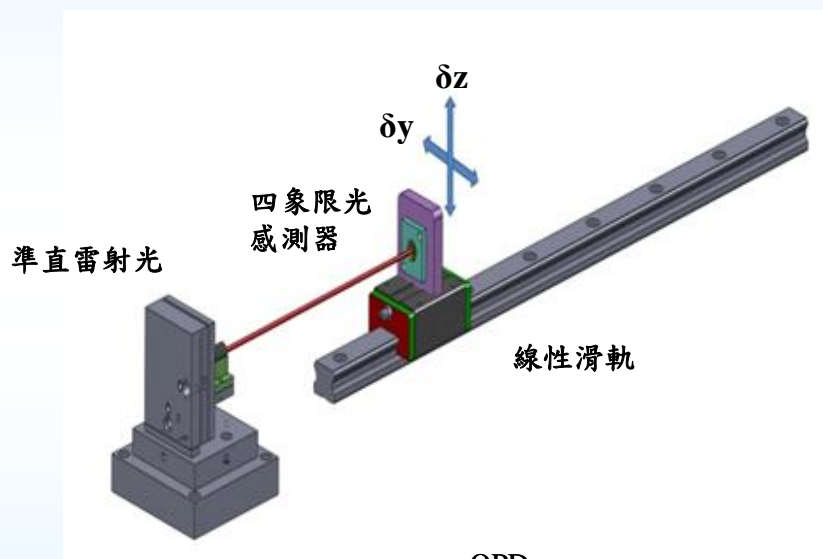
例：線性導軌直線度調整



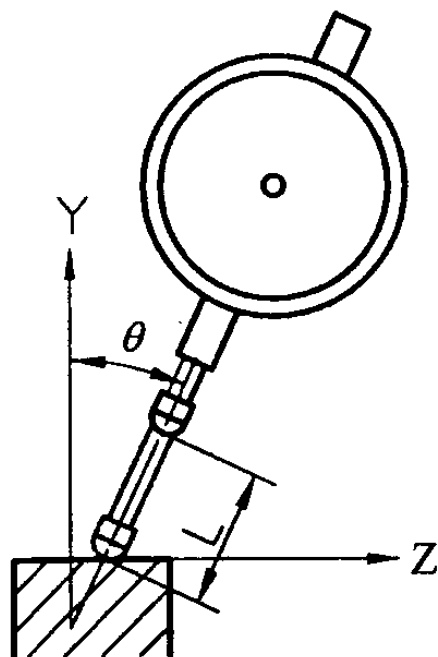
移動台的偏角誤差會影響量測值

如何符合布來恩原則

基本原則：參考軸要和待測軸同軸

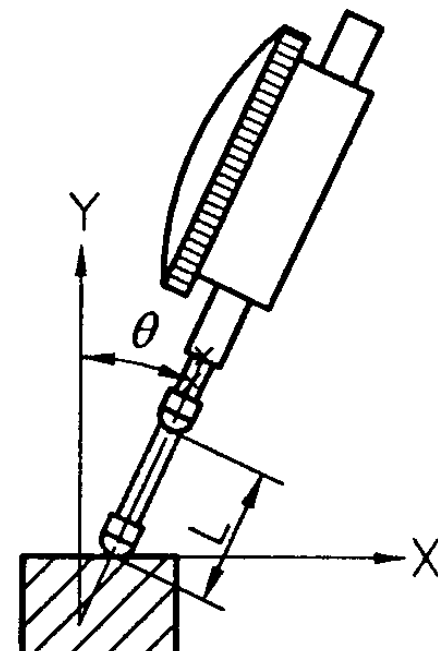
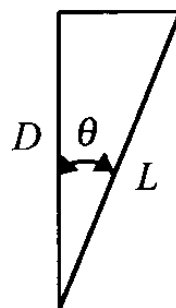


Cosine Error



(a) 正面觀察

$$\begin{aligned} D &= L \cos \theta \\ \delta &= L - D \\ &= L - L \cos \theta \\ &= L(1 - \cos \theta) \end{aligned}$$



(b) 側面觀察

Thermal Error

CMR: 工件在 20°C 時的長度

MR: 工件在室溫 (T_s) 時的長度, 膨脹係數為 α_s
如果量具不受溫度影響 (即使用零膨脹係數的材質), 則:

$$MR = CMR(1 + \alpha_s(T_s - 20)) \quad (1)$$

如果量具會受溫度影響 (膨脹係數:), 則量具本身在 T_g 溫度時的自膨脹量為: $CMR \times \alpha_g(T_g - 20)$

此值會造成量測值減少, 故式 (1) 需修正為:

$$MR = CMR[1 + \alpha_s(T_s - 20) - \alpha_g(T_g - 20)]$$

熱膨漲例子



MR=100mm, $\alpha_g=11.5 \times 10^{-6}$, $T_g=24^\circ\text{C}$, $\alpha_s=23 \times 10^{-6}$,
 $T_s=35^\circ\text{C}$ (室溫下量一熱鋁件)
在標準溫度下工件長度換算為:

$$\begin{aligned}\text{CMR} &= 100/[1+23 \times 10^{-6}(35-20)- 11.5 \times 10^{-6}(24-20)] \\ &= 100/(1+299 \times 10^{-6}) \\ &= 99.9701 \text{ mm}\end{aligned}$$

雷射熱漂移問題

