

一、 (15%) (本題有三小題)

已知一級數之公式:

$$1+x+x^2+\dots+x^n=f(x), \quad f(x)=(x^{n+1}-1)/(x-1).$$

其中 x 可為任何不為1之實數. 試求下列級數之公式.

(1) $1+2x+3x^2+4x^3+\dots+nx^{n-1}=?$

(2) $1-2x+3x^2-4x^3+\dots+nx^{n-1}=?$ n 為奇數

(可利用題(1)之結果)

(3) $1^2+2^2x+3^2x^2+\dots+n^2x^{n-1}=?$

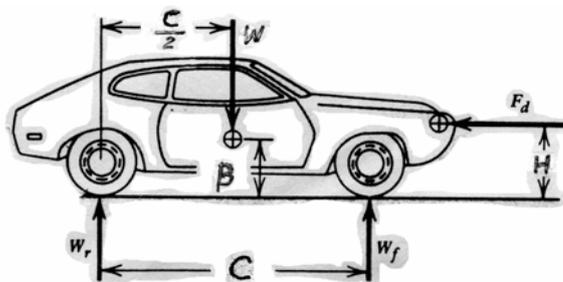
(可利用題(1)之結果)

二、 (21%) 現代之機械科技事實上已包含許多精密、微機電系統之設計與製造，因此除了傳統之蒸汽動力外，研習機械者有必要對周遭自然界現象有更廣泛之瞭解。就此，如果給你以下的頻率，你會聯想到那一日常生活中所接觸到之物理現象呢？請依左欄之順序，由低頻至高頻，一對一選擇右欄所示之某一最適當答案。

(註：Hz 為振動或波動頻率，中文有稱為「赫」或「赫茲」者，1 kHz = 1,000 Hz、又稱千赫，1 MHz = 1,000,000 Hz)

- | | |
|-----------|-----------------|
| 6 Hz | 調頻廣播(FM) |
| 60 Hz | 醫療用超音波 |
| 500 Hz | 台電公司之交流電傳遞 |
| 800 kHz | 高樓受地震搖晃感覺到之主要頻率 |
| 10 MHz | 大哥大通訊 |
| 100 MHz | 調幅廣播(AM) |
| 1,800 MHz | 某鋼琴演奏之基本頻率 |

三、 (15%) 一輛四輪之汽車，前後各兩輪左右對稱，汽車之重量為 W ，等速度 V 前進，空氣阻力 F_d 作用於車上之作用線離地面之距離為 H ，前後兩輪之輪距為 C ，質心位於前後兩輪輪距之中點，離地面之距離為 B ，則每輪承受多少垂直地面方向之反作用力？



圖一

四、（15%）圖二的元件是光纖通訊網際網路中所使用的微小反射鏡的結構的示意圖。此題將探討此元件的力學及靜電學的反應（備註：該元件的實際大小為約等於人類頭髮的直徑（小於0.1cm）。為了簡化此題的數值計算，以下所列的尺寸及單位與實際的元件稍有不同）。

可移動板與基板間的原始距離為 $g_0=1\text{ m}$ 。可移動板之位移與彈簧力的關係可由虎克定律表示：

$$F_M = -k \cdot x \quad (\text{N})$$

其中 k 是常數， x 是板移動的距離， F_M 的方向永遠與板位移的方向相反。如果將可移動板及基板間加電壓 V ，則可在兩板間產生一吸引力：

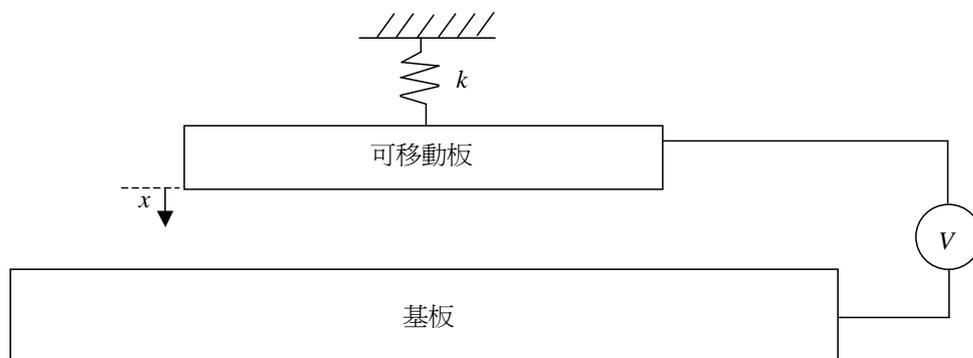
$$F_E = k_E \frac{V^2}{(g_0 - x)^2} \quad (\text{N})$$

其中 V 是電壓， k_E 是常數， $(g_0 - x)$ 是板間的距離。

在靜力平衡時，彈簧力與靜電力會互相平衡

$$k \cdot x = k_E \frac{V^2}{(g_0 - x)^2}$$

1. 假設 $k_E=1\text{ (N m}^2/\text{Volt}^2)$ ， $k=1\text{ (N/m)}$ 。如果欲使系統有 $x=0.1\text{m}$ 的位移，請求出所需施加之“電壓的平方值”（ V^2 ）。
2. 同(a)的作法，求出 $x=0.2\text{m}$ ， $x=0.3\text{m}$ ， $x=0.4\text{m}$ ， $x=0.5\text{m}$ ， $x=0.6\text{m}$ 時所需之“電壓的平方值”（ V^2 ），並繪出這些點之 V^2 與 x 的關係圖，其中 V^2 在縱軸， x 在橫軸。
3. 由 V^2 與 x 的關係圖，你應可發現 V^2 並不隨著 x 增加而增加。請分別由數學及物理（包括力學及靜電學）的觀點來解釋。
4. 請求出在 x 等於多少時，所需要施加之電壓最大（即 V_{max} 值）。
5. 如果在實際操作時，所施加的電壓大於 V_{max} ，請說明此裝置將發生何種反應。



圖二

五、（15%）如何將一疊紙一張張依序移到另一個位置的自動化設計，是機械工程師的工作。請想想兩個方法（其中至少有一種是可行的），並從分析作用在紙張上的力，評估其可行性？請繪簡圖配合說明。

提示：也許可從一疊紙張中，用手拿起最上面紙張的力學原理來引起你的靈感。一般採用的方法是用手指頭先掀起該紙張的一個角，然後手指一挾，紙張很順的就可拿起來了，你可知道這種方法的力學原理嗎？可是這個方法的缺點是一不小心可能會讓紙張產生摺痕，也不適合將這個方法應用於自動化的生產線上。（本提示之方法不可列為答案）。

六、（10%）通常科學的方法可以歸納如下：

1. 獲得事實及數據。
2. 以現有的、可用的各種原理去分析、解釋這些事實及數據。
3. 若有些現象無法用現有的原理解釋，則提出新的假說來解釋這些事實，所產生的假說必須盡可能地不與既有的各種原理抵觸。
4. 利用新的假說去預測其他的事實或結果，藉此測試這些假說的可信度，並擴大上述步驟（1）中的事實累積量。

這一系列的步驟經常都要做有系統的重複，以期建立一個顛撲不破的假說，此假說因此可被後人稱之為原理、定律。

就你所知，請舉兩個在物理或化學上重要原理、定律或是方程式的發現過程來說明科學方法，請依據上述四個步驟一一陳述。

七、（9%）（請在 200 字內完成此題，且不要花太多的時間在此題，以免影響其他題目的作答時間。）

目前在機械工業中，最大且與我們生活關係密切的兩個產業是汽車工業及航空工業（飛機工業）。請從“汽車”或“飛機”兩個機械產品中擇一，列出你所知道該產品有關機械方面的組成零件（至少三件），並寫出該零件之功能及工件原理（描述愈詳細愈好）。